PROPOSITIONES reliquorum Librorum Geometriæ Euclidis, Græcè, & Latinè, in usum eorum, qui volumine Euclidis carent.

Per Cunradum Dasypodium, scholæ Argentinensis professorem.

ARGENTORATI APUD
Christianum Mylium.
M. D. LXIIII.

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI, ET DOMINO, *DOMINO NICOLAO* CHRISTOPHERO RADZEVVIL, DVCI OLICAE ET NIESVVISI, COMITI IN SCHIDLOVVIEZ, &c. PRAECLA*rae indolis, & optimae spei Principi, ac Domino suo clementiss: S. D.*

Cunradus Dasypodius.

DVplicem finem, Illustriss: Princeps, sibi in his Elementis proposuit Euclides: alterũ quidem vt illas solidas figuras, ex quibus Platonis iudicio, mundus hic suas habet descriptas partes, traderet & explicaret: alterum verò, vt discentis animum ad quaeuis Mathematica percipienda omnibus modis informaret, & erudiret. idcirco primum de simplicissimis quibusq; rebus geometricis agit: deinde sensim κατὰ σύνθεσιν progreditur ad magis composita: deniq; eo perue-

nit, vt omnis aperiatur figurarum simplicium varietas, & copia. separatim quidem vnamquamq; prius constituendo: deinde eius proprietates & affectiones, quas cùm per se, tum ad alias illæ habent examinando, tandem simul omnes vni eidemq; globo includendo. adhæc exponit omnes proportiones, quas lineæ ad lineas, anguli ad angulos, superficies ad superficies, corpora ad corpora habere compertum est. atq; hinc videmus, Euclidem suum assecutum esse finem, quem sibi in rerum geometricarum copia, & varietate explicanda proposuerat. Quantum verò ad illud, quod discentis animum his elementis geometricis erudiri diximus, ita intelligendum est: quod quicunq; his diligenter incumbit, ita tandem intelligentia animum imbuit suum: & quasi harum rerum habitum sibi comparat: vt eo facilius ad quamuis Geometricam tractatio-

nem ſibi ipſi ſufficiat. cum enim ab his tanquam initijs incipimus: cæterarum omnium huius ſcientiæ partium cognitionem aſſequi, rerumq́; geometricarum varietatem percipere poterimus, neq; id tantum, quin & illud veriſsimè dici poteſt ſine ijsdem illis elementis reliquorum omnium non obſcuram tantum, ſed penitus nullam eſſe intelligentiam. Sicuti enim nullus neq; Poëtarum, neq; Rhetorum, aut Dialecticorum, aut alterius cuiusq; autoris ſcripta intelliget: niſi prius grammaticorum teneat elementa: ſic etiam in his diſciplinis Mathematicis certa quædam ſunt elementa, ſine quibus reliqua percipi nequeunt. Eiusmodi Euclides noſter ſimpliciſsima habet theoremata, & quæ primis hypotheſibus ſunt proxima, eaq́; in hos congeſſit libros, tam eleganti ordine, & tam apta collocatione, vt verè dicere poſsimus, in nulla re ordinem conuenien-

tiorem oſtendi poſſe. His autem elementis reliqui vtunẽ mathematici: ad confirmanda ſuarum demonſtrationũ fundamenta: ex quorum numero precipuè ſunt Archimedes Syracuſanus, Apollonius Pergæus, & cæteri non Geometræ ſolum, ſed & Aſtronomi, Theodoſius Tripolites, Ptolemæus Alexandrinus, & quicunq; mathematicorum nomen tueri poſſunt. Euclidis igitur lectio non tantum ad elementorum cognitionem vtilis &, neceſſaria eſt, quæ in eodem genere ſunt ſcripta, & γεωμετρικὰ, aut ἔκγονα τῆς γεωμετρίας ſunt: ſed & ad quamuis mathematicam ſcientiam & diſciplinam percipiendam. vnde ex hac ςοιχειώσεως, tanquam ex vrbe aliqua populoſa, plurimæ deductæ ſunt coloniȩ. Nunc itaq; ſatis ſit dictum de fine Elementorum geometricorum, qui in eo conſiſtit, vt diſcentes abſolutam ſibi comparent rerum mathematicarũ cognitionem, & vt

& vt figurarum proprietates, & differentias omnes intelligamus: eaq́ꝫ omnia ad mundi vniuersi, eiusq́ꝫ partium contemplationem accom̄odemus. Sed dicat aliquis, quonã modo hęc accommodatio intelligenda est? aut quæ est illa conuenientia figurarum Geometricarum cum mundi partibus? id paucis sic percipite. Geometræ quinqꝫ habent solidas figuras, quas nominant corpora regularia, vt sunt πύραμις, ὀκτάεδρον, εἰκοσάεδρον, κύβος, δωδεκάεδρον: Astronomi, & Physici, cœlum, & quatuor elemẽta, ignem, aërem, aquã, & terram: iam si figuras has cum mundo, eiusq́ꝫ partibus conferas: tum ἀναλογία quadam πύραμις igni conuenit, propter eius cum acumine ignis similitudinem. ὀκτάεδρον aëri: sicut enim aër igni, ita ὀκτάεδρον πυράμιδι leuitate formáque proximum est: eodem modo εἰκοσάεδρον potest aquæ comparari, propter mobilitatem, qua talis fi-

;ura huic elemento eſt conſimilis:ter-
æ etiam cubus aſsimilatur, propter
tabilitatem,& huius corporis firmam
›lenitudinem. deniq; cœlo comparāt
ʼωδεκάεδρον. quemadmodū enim cœ-
um duodecim ſignis zodiaci cingi-
ur;ita duodecim habet baſes dodeca-
:dron quibus conſiſtit: item, ſicut cœ-
um ſuo ambitu reliqua in ſe compre-
ıendit elementa, ita dodecaedron in-
er quinq; iſta corpora regularia, quæ
n eandem includi poſſunt ſphæram,
›mnium eſt maximum, & quod reli-
ꝗua omnium aptiſsimè circumſcribit.
Quare hæc eſt Platonicorutm accom-
nodatio figurarum geometricarum
ıd mundi partes;quam cum Euclides,
ꝗui & ipſe Platonicus fuit,optimè noſ-
ˋet,eò etiam in ſuis reſpexit elementis,
:tſi priora eſſent cogitatione:tamen in
:lementorum contextu facta ſunt po-
ſteriora. præmittenda enim erant ea,
ſine quibus hæc percipere non poſſu-
mus,

mus, quod facile ἀναλυτικῶς demonstrabimus, hæ figuræ superficiebus ęqualibus, lateribus etiam & angulis æqualibus continētur, & eidem sphęræ includuntur: quod quidem qua ratione fiat, nec sciri, nec intelligi poterat: nisi prius ostēderetur, quanto diameter sphæræ longior esset vnoquoque latere vniuscuiusque figuræ. cum verò neque illud absque cognitione rationalitatis, & irrationalitatis linearum, & superficierum percipi posset: libro decimo de linearum συμμετρίᾳ, & ἀσυμμετρίᾳ tradit; atque hæc tractatio requirebat cognitionem numerorū, sine qua sane nihil poterat intelligi. itaque quantum satis erat in elementis, & quantū sufficiebat ad hoc negotium, tribus libris nono, octauo, & septimo diligentissimè omnia persequitur. quia verò simplicitate circulorum, & figurarum rectilinearum doctrina prior erat, & solidorum corporum cognitio ex hac

demanat: ſex libris prioribus ſuæ στοιχειώσεως tradit γεωμετρικὰ: & demonſtrat, quæ quibus ſint æqualia, quæ inæqualia, quæ proportionem habeant aliquam, quæ minus, quæ ſimilia, quæ verò diſsimilia. denicꝫ omnem rerum geometricarum perſequitur varietatem. Ex his arbitror quemuis facile videre, non ſolum quæ & qualis ſit illa geometrarũ methodus, ſed & quid in his contineatur elementis: eaq́ꝫ paulò prolixius explicare volui, quia adoleſcentibus harum rerum imperitis hæc ſcribo, vt quaſi per tranſennam conſpiciant totam οἰκονομίαν τῶν γεωμετρικῶν λόγων. vt inde vtilitatem videre, τάξιν admirari: ſubtilitatẽ perſpicere: denicꝫ ſingulare ingenij acumen eius, qui hæc conſcripſit, ſuſpicere poſsint. Quare vt in duobus prioribus libellis quos in lucẽ edidi, bonos adoleſcentes adhortatus ſum ad ſtudium Geometriæ, ita & hoc in loco faciam, & ſemper fa-

per facturus sum: cum sciam quàm vtile, & quàm necessarium sit hæc percepisse. Verum ne hortator solum, sed & adiutor essem: volui in gratiam studiosorum propositiones reliquorum Euclidis librorum Græcè & Latinè edere: eo sane cõsilio, quòd cogitarem, mutilatum quippiam esse, si primus & secundus liber tantum imprimeretur, reliquis omissis. inde enim fieret, vt contextus, & συνέχεια harum propositionum percipi nõ posset. deinde quia sępenumero in meis accidit prælectionibus, vt mentionem faciam nunc huius, nunc illius Euclideæ propositionis, cumq; illis destituantur mei discipuli: quomodo quæ doceo percipiant non video, nisi magna cum difficultate: & meo quidem iudicio nihil aliud est, quàm obscura obscurioribus velle explicare. adhæc eò respexi etiam, vt cum hæc sint mathematicarum disciplinarum elementa, & idcirco menti-

bus

bus nostris benè imprimenda, necesse est, vt eadem frequenti lectione sibi quisque faciat familiaria: molestum verò est integrum Euclidis volumē perpetuò hinc & inde circumferre: arbitrabar igitur, si in libellum redigerentur minorem: commodius esse omnibus geometriæ studiosis, hæc percipere elementa: inprimis verò ijs, qui iam aliquousque in mathematicis disciplinis progressi sunt. Atque hoc meum factū neminem sano iuditio præditum improbaturum spero, cum non alio fiat animo, quàm vt quacunque ratione fieri possit, adolescentes ad fontes Geometriæ deducantur, ex quibus si salubriorem hauserint cognitionem, sibi rerum mathematicarum veriorem, imò solidiorem comparent intellectū: nec desistam pro tenuitate mei ingenij studiosis perspicua reddere ea, quæ videntur obscuriora: atque idcirco ὀνομαστικὸν γεωμετρικὸν, quod superioribus mensi-

mensib. promisi, Deo Opt. Max. auxiliante, breui ad finem perducam, vt habeant harum disciplinarum studiosi in quo se exerceant. scio quantopere vocabula illa scientiarum propria impediant lectorem, si non intelligantur: quæ certè si nunc fient planiora, facilimè ad puerorum græcorum gymnasia illa perueniemus, omniaq; ista nobis familiaria reddemus. Hæc sunt quæ hoc tempore in lucem exire volui, quum tamen nihil minus haberem in animo, & cogitassem primum Euclidis librum tantum pro meis discipulis, scholaq; nostra in publicũ edere: sed amor ille, quo harum disciplinarũ studiosos persequor, tantum potuit apud me, vt hæc adiunxerim, & reliqua quæ promisi, Deo iuuante, additurus sim: præsertim cum intelligã, hac mea qualiacũq; studia non paucis viris bonis & literatis placere: & quia I. T. C. tam benignè, & tanta cum humanitate

ac be-

ac beneficentia priora mea scripta excepit, illisq; patrocinari dignata est, nō potui non hæc eadem sub I. T. C. tutelam tradere. id profectò verè dicere possum, in I. T. C. multa apparere singularia naturæ dona, quæ I. T. C. bene collocat, & ita ijs vtitur, vt in hac I. T. C. ætate iam appareant prudentiæ, & pietatis non paruæ scintillæ, & nisi vererer, ne adulandi gratia me hęc scribere quispiam diceret: prolixius ea persequerer; sed res ipsa prædicat, I. T. C. indolem ingenij singularem: humanitatem Principe dignam: studium bonarum artium & linguarum tale vt I. T. C. cæteris sit exemplo, quo discipulos nostræ scholę ad maiorem excitat diligentiam, quia I. T. C. vident nullum tempus prætermittere, quod non studijs bonarum artium & disciplinarum optimè impendat. Quare cū eiusmodi sint hæc, de quib. dixi dona, imò maiora, quā ut hoc loco celebrari

pos-

poſsint aut debeant, meritò I. T. C. in patrocinium ſtudiorum eſt roganda, quia ſi vnquam bonæ literæ indiguerunt ope, & auxilio, hoc ſanè tempore, quo rabies illa ignorantiæ adeò infeſtat bonas artes, & diſciplinas, vt niſi Mecœnates ſint multi & potentes, de literis iam actum videatur. Rogo itaq; I. T. C. ne in malam accipiat partem, quòd denuò compellem I. T. C. & Mecœnatem meorum ſtudiorum eſſe velim. His me, meaq́; ſtudia I. T. C. commendo. id enim non alio, quàm ingenuo & bono facio animo, & quòd I. T. C. dignetur me meaq; ſtudia in ſuum recipere patrocinium, etiam atq; etiam exopto.

I. T. C. deditiſs:

Cunradus Daſypodius.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν.

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνη τὸν κύκλον.

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται: ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δ' ἀπέχειν λέγεται ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς

εὐθείας

EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRIÆ LIBER TERTIVS.

Definitiones.

Circuli illi æquales ſunt, quorum diametri erunt æquales: vel qui æquales habent ex centris ductas lineas rectas.

Illa recta linea dicetur circulum tangere, quæ cum tangit circulum, et producta fuerit, tamen non ſecat circulum.

Circuli dicuntur ſeſe mutuo tangere, qui dum ſeſe tangunt, nõ tamen ſeſe mutuo ſecãt.

Rectæ in circulo æqualiter à centro diſtare dicuntur: quando perpendiculares à centro ad illas ductæ, æquales fuerint, longius verò illa diſtare dicitur, in quam maior cadit perpendicularis.

Segmentum circuli, eſt figura quæ linea recta & circuli circumferentia continetur.

Angulus verò ſegmenti eſt, qui linea recta, & circuli circumferentia continetur.

Angulus verò in ſegmento eſt, quando in circumferentia ſegmenti ſumptum fuerit aliquod punctum, & rectæ quædam ab eo pun-

εὐθείας ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι· ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι, ἀπολαμβάνουσι τίνα περιφέρειαν ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Πρότασις α΄. Πρόβλημα.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Πρότασις β΄. θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Πρότασις γ΄. θεώρημα.

Ἐὰν

puncto ad extrema lineæ rectæ, quæ basis segmenti est, ductæ fuerint, angulus qui duabus illis ductis lineis rectis continetur, erit in segmento. Quando verò rectæ angulum continentes, absumpserint aliquam circumferentiæ partem, in illa dicetur angulus constitutus esse.

Sector circuli est, quando angulus fuerit ad centrum circuli constitutus, illa inquam figura, quæ continetur lineis rectis, angulum facientibus, & circumferentiæ parte, quæ lineis rectis istis est intercepta.

Similia segmenta circuli sunt, quæ æquales habent angulos, aut in quibus anguli sunt æquales.

Propositio 1. Problema.

DAti circuli centrum inuestigare.

Propositio 2. Theorema.

Si in circuli circumferentia sumantur duo puncta, recta quæ duo puncta ista coniungit, intra circulum cadit.

Propositio 3. Theorema.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ: καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Πρότασις δ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Πρότασις ε. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Πρότασις ς. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντός: οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς τὸν κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ

Si in circulo recta quædã per centrum ducta, aliam quandam rectam per centrum non ductam in duas ſecuerit partes, ad angulos rectos illam ſecabit: & ſi ad angulos rectos ſecat: etiam in duas partes æquales ſecabit.

Propoſitio 4. Theorema.

Si in circulo duæ rectæ ſeſe mutuò ſecuerint, quæ tamen per centrum non ſunt ductæ: non ſecant ſeſe mutuò in duas partes æquales.

Propoſitio 5. Theorema.

Si duo circuli ſeſe mutuo ſecant, non habent vnum idemq́ centrum.

Propoſitio 6. Theorema.

Si duo circuli ſeſe mutuò internè ſecant: non habent vnum, idemq́ centrum.

Propoſitio 7. Theorema.

Si in diametro circuli ſumatur aliquod punctum, quod non eſt centrum circuli, & à puncto iſto ad circulũ ductæ ſint quædam lineæ rectæ, lõgiſſima erit illa, in qua eſt circuli centrum: reliqua verò omnium breuiſſima: ex alijs verò ſemper ea quæ rectæ per centrum ductæ proximior eſt, longior erit ea quæ longius ab ea diſtat. duæ verò ſolummodo ſunt rectæ æ-

αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινὲς, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δ' ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἔσται. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου, καὶ τῆς διαμέτρου: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Πρότασις θ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Πρό-

quales ductæ ab eodem isto puncto ad circulum ex vtraq; parte lineæ breuissimæ.

Propositio 8. Theorema.

Si extra circulum aliquod sumatur punctum, & ab eo puncto ad circulum ducantur quædam lineæ rectæ, quarum vna per centrum sit ducta, reliquæ verò quouis modo, ex quibus quæ ad concauam circumferentiam cadunt, illa quæ per centrum est ducta, longissima erit, aliarum verò vnaquæq; quæ rectæ per centrum ductæ proximior est, longior erit remotiore. illarũ verò quæ ad conuexam circumferentiam cadunt, breuissima est quæ cadit inter punctum istud, & diametrũ, reliquarum verò semper ea, quæ proximior erit breuissimæ, breuior erit remotiore. duæ verò solummodo rectæ ab isto puncto, ad circulum ex vtraq; parte breuissimæ lineæ cadent.

Propositio 9. Theorema.

Si punctum aliquod intra circulum sumatur, & ab eo puncto ad circulum ducantur plures quàm duæ rectæ æquales, punctum istud assumptum, centrum est circuli.

Πρότασις ι. θεώρημα.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Πρότασις ια. θεώρημα.

Εὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα: ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

Εὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Πρότασις ιγ. θεώρημα.

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἓν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Πρότασις ιδ. θεώρημα.

Εν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Πρότασις ιε. θεώρημα.

Εν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν

δὲ ἄλ-

Propositio 10. Theorema.

Circulus circulum non secat in pluribus punctis, quàm in duobus tantum.

Propositio 11. Theorema.

Si duo circuli sese mutuò tangent intus, & eorum sumantur centra: recta quæ per centra illarum ducta fuerit, & extensa etiam cadet in contactum circulorum.

Propositio 12. Theorema.

Si duo circuli sese mutuò tangent extra, recta quæ illorum centra coniungit, per contactum transit.

Propositio 13. Theorema.

Circulus circulum non tangit pluribus in punctis, quàm in vno tantum: siue intus id fiat, siue extra tangat.

Propositio 14. Theorema.

In circulo rectæ æquales, æqualiter à centro distant: & rectæ quæ æqualiter à centro distant, æquales inter se sunt.

Propositio 15. Theorema.

In circulo longissima est illa, quæ diame-

ἢ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Πρότασις ις. θεώρημα.

Η τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Πρότασις ιζ. Πρόβλημα.

Απὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότασις ιη. θεώρημα.

Εαν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα· ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἀπτομένην.

Πρότασις ιθ. Θεώρημα.

Εαν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

ter est, reliquarum verò illa semper, quæ proximior est centro, longior erit remotiore.

Propositio 16. Theorema.

Recta quæ ab alterutro extremo diametri ducta fuerit diametro ad angulos rectos, extra circulum cadet: & alia linea recta non cadet inter ipsam, & circuli circumferentiã: angulus verò semicirculi maior est quouis angulo acuto rectilineo, reliquus verò quouis acuto angulo rectilineo minor.

Propositio 17. Problema.

A dato puncto ducere lineam rectam, quæ datum circulum tangat.

Propositio 18. Theorema.

Si circulum aliqua linea recta tangat, & à centro ad contactum ducta fuerit quædam linea recta: illa quæ ducta est linea, erit perpendicularis ad eam quæ circulum tangit.

Propositio 19. Theorema.

Si recta quædam circulum tangat: à contactu verò ducatur quædam linea recta, quæ ad angulos sit rectos lineæ quæ circulum tangit: centrum circuli est in ea linea, quæ à contactu ad angulos rectos ducta est.

Πρότασις κ. θεώρημα.

Εν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐςὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερίᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφερείαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Πρότασις κα. θεώρημα.

Εν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Πρότασις κβ. θεώρημα.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων, αἱ ἀπ᾽ ἐναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Πρότασις κγ. θεώρημα.

Επὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συςαθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Πρότασις κδ. θεώρημα.

Τὰ ἐπ᾽ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐςιν.

Πρότασις κε. Πρόβλημα.

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐςὶ τμῆμα.

Πρότα-

Propositio 20. Theorema.

In circulo angulus ad centrum constitutus duplus est ad angulum qui ad circumferentiã constituitur, tum scilicet, quando anguli eandẽ circumferentiã pro basi habuerĩt.

Propositio 21. Theorema.

In circulo anguli qui in eodem sunt segmento, sunt inter se æquales.

Propositio 22. Theorema.

Quadrilaterarum figurarum in circulo descriptarum anguli oppositi duobus rectis sunt æquales.

Propositio 23. Theorema.

Super eandem lineam rectam duo circulorum segmenta similia, & inæqualia non statuentur in easdem partes.

Propositio 24. Theorema.

Similia circulorum segmenta, quæ supra æquales rectas constituuntur, æqualia sunt.

Propositio 25. Problema.

Dato segmento circuli adscribere, & delineare circulum, cuius quidem sit datum segmentum.

Propo-

Πρότασις κϛ. Θεώρημα.

Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Πρότασις κζ. Θεώρημα.

Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Πρότασις κη. Θεώρημα.

Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δ' ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Πρότασις κθ. Θεώρημα.

Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Πρότασις λ. Πρόβλημα.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Πρότασις λα. Θεώρημα.

Εν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δ' ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δ' ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς.

καὶ

Propositio 26. Theorema.

In circulis æqualibus, anguli æquales, æqualibus in circumferentijs constituuntur, siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.

Propositio 27. Theorema.

In circulis æqualibus, anguli qui consistunt in circumferentijs æqualibus, æquales inter se sunt: siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.

Propositio 28. Theorema.

In circulis æqualibus, rectæ æquales, etiã æquales auferent circumferentias, maiorem maiori æqualem, & minorem minori.

Propositio 29. Theorema.

In circulis æqualibus, rectæ æquales, subtendunt etiam circumferentias æquales.

Propositio 30. Problema.

Datã circumferentiã secare in duas partes æquales.

Propositio 31. Theorema.

In circulo angulus qui est in semicirculo est rectus, qui verò in maiore est segmento, minor erit recto: qui verò in minore segmento consti-

καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Πρότασις λβ. Θεώρημα.

Εαν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Πρότασις. λγ. πρόβλημα.

Επὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Πρότασις λδ. πρόβλημα.

Απὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Πρότασις λε. Θεώρημα.

Εαν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Προτα-

constituetur maior recto. præterea angulus segmenti maioris, maior recto, minoris verò segmenti, minor recto erit.

Propositio 32. Theorema.

Si recta quædam circulum tangat, à contactu verò ad circulum ducatur quædam recta circulum secans: quoscunq; fecerit angulos ad lineam contingentē: æquales erunt angulis q in segmentis sunt pmutatim sumptis.

Propositio 33. Problema.

Super datam lineam rectam describere segmētum circuli, quod contineat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

Propositio 34. Problema.

A dato circulo auferre segmentum, quod contineat angulum æqualem, dato angulo rectilineo.

Propositio 35. Theorema.

Si in circulo duæ rectæ sese secant: rectangulum quod continetur segmentis vnius, æquale est rectangulo, quod continetur segmentis alterius.

Πρότασις λϛ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Πρότασις λζ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Τέλος τοῦ γ. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙ-

Propositio 36. Theorema.

Si in circulo aliquod sumatur punctum extrinsecus: & ab eo ad circulum cadant duæ lineæ rectæ, quarum altera circulum secet, altera circulum tangat: rectangulum quod cõtinetur à tota recta secante, & recta quæ extrinsecus intra punctum & conuexam circumferentiam intercipitur, æquale est quadrato lineæ rectæ tangentis.

Propositio 37. Theorema.

Si in circulo punctum aliquod extrinsecus sumatur, & à puncto ad circulum cadant lineæ duæ rectæ, quarum altera circulum secet, altera verò incidat in circulum: sit verò rectangulum, quod à tota secante, & ea quæ intra punctum & conuexam circumferentiã ponitur æquale quadrato lineæ rectæ incidentis: recta ista quæ incidit, tanget circulum.

Finis libri tertij elementorum.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται. ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Σχῆμα δ' εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

Κύκλος δ' ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Κύκλος

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVARTVS.

Definitiones.

Figura rectilinea dicetur in figuram rectilineam inscribi, quando vnusquisq; angulus eius figuræ, quæ inscribitur, tangit vnumquodq; lat⁹ figuræ, in quam est inscripta.

Figura etiã dicetur similitudine quadam circa figuram describi: quando vnumquodq; latus figuræ circũscriptæ tangit vnumquemque angulum eius figuræ, circa quam describitur.

Figura rectilinea in circulum inscribi dicetur: quando vnusquisq; angulus figuræ inscriptæ tangit circuli circumferentiam.

Figura rectilinea dicetur circa circulum describi, quando vnusquisq; angulus tangit circuli circa quem describitur figura, circumferentiam.

Circulus verò similiter dicetur in figuram inscribi, quando circuli circumferentia tangit vnumquodq; latus figuræ eius, in quã inscribitur.

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Πρότασις α. Πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου: ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Πρότασις β. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Πρότασις γ. πρόβλημα.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Πρότασις δ. πρόβλημα.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Πρότασις ε. πρόβλημα.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Πρό-

Circulus verò dicetur circa figuram describi, quando circuli circumferentia tangit vnumquemq; angulum figuræ, circa quam circulus describitur.

Recta linea dicetur in circulum coaptari, quando eius extrema fuerint in circumferentia circuli.

Propositio 1. problema.

IN datum circulum, datæ lineæ rectæ, quæ non maior est diametro circuli æqualem rectam applicare.

Propositio 2. problema.

In datum circulum dato triangulo, triangulum æquales habentem cum dato triangulo angulos, inscribere.

Propositio 3. problema.

Circa datum circulum dato triangulo circumscribere triangulum, qui æquales habeat angulos cum dato triangulo.

Propositio 4. problema.

In datum triangulum inscribere circulũ.

Propositio 5. problema.

Circa datũ triangulũ circulũ circũscribere.

Πρότασις ϛ. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Πρότασις ζ. πρόβλημα.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Πρότασις η. πρόβλημα.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Πρότασις θ. πρόβλημα.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Πρότασις ι. πρόβλημα.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Πρότασις ια. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Πρότασις ιβ. πρόβλημα.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Πρότασις ιγ. πρόβλημα.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Propositio 6. problema.

Circulo dato inscribere quadratum.

Propositio 7. problema.

Circulo dato circumscribere quadratum.

Propositio 8. problema.

Dato quadrato inscribere circulum.

Propositio 9. problema.

Dato quadrato circulum circumscribere.

Propositio 10. problema.

Triangulum duo æqualia habentem latera constituere, qui habeat alterutrum angulorum ad basin duplum reliqui anguli.

Propositio 11. problema.

Dato circulo inscribere pentagonon, quod & latera æqualia, & angulos æquales habeat.

Propositio 12. problema.

Dato circulo pentagonon circumscribere, quod & latera æqualia, & angulos æquales habeat.

Propositio 13. problema.

Dato pentagono quod latera æqualia, & angulos æquales habet, circulum inscribere.

Πρότασις ιδ. πρόβλημα.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον περιγράψαι.

Πρότασις ιε. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Πρότασις ις. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Τέλος τοῦ δ΄ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Λόγος

Propositio 14. problema.

Dato pentagono, quod & æqualia latera, & angulos æquales habet, circumscribere circulum.

Propositio 15. problema.

Dato circulo hexagonon quod æqualia habet latera, & angulos æquales inscribere.

Propositio 16. problema.

Dato circulo figuram rectilineam quindecim angulorum, quæ æqualia latera, & angulos æquales habent, inscribere.

Finis libri quarti Elementorum Euclidis.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

M*Agnitudo alterius magnitudinis minor maioris est pars, quando minor exactè metitur maiorem.*

Magnitudo alterius magnitudinis multiplex est maior minoris, cùm sub minoris cadit mensuram.

Ra-

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα, ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Εν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ᾿ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

Οταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται εἴπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Αναλογία δέ ἐστιν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Αναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Οταν

Ratio est duarum magnitudinum homogenearum secũdum quantitatẽ inter se quædam habitudo.

Magnitudines inter se rationem habere dicuntur, quæ multiplicatæ possunt sese mutuò excedere.

Magnitudines dicuntur in eadem ratione esse prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ æquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quamuis multiplicationẽ vtraq; vtramq; vel vnà deficit, vel vnà assequitur, vel vnà superat sumptæ inter se.

Eandem autem habentes rationem vocentur proportionales.

Quando autem æqualiter multiplicium, primæ quidem multiplex exuperat secundæ multiplicem, tertiæ autem multiplex non exuperat quartæ multiplicem: tunc prima ad secundam maiorem habere dicitur rationem, quàm tertia ad quartam.

Proportio verò est similitudo rationum.

Proportio autem in tribus terminis minima est. Quan-

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται: ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δ᾽ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου, ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Διαίρεσις δὲ λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Ἀνα-

Quando autem tres magnitudines proportionales fuerint prima ad tertiam, duplã rationem habere dicitur, quàm ad secundam.

Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplam rationem habere dicitur, quàm ad secundam: & semper deinceps vna plus, quamdiu proportio fuerit.

Homologæ magnitudines esse dicuntur, antecedentes antecedentibus, & consequentes consequentibus.

Alterna ratio est assumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

Inuersa ratio est assumptio consequentis, vt antecedentis, ad antecedentem, tanquam consequentem.

Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente tanquam vnius, ad ipsum consequens.

Diuisio rationis est assumptio exuperantiæ, qua maior est antecedens consequente, ad ipsum consequens.

Reuer-

Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Διίσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, ἢ ἄλλως λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον οὕτος ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον· ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται, ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι * οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλο τι.

* *Aliter*, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλό τι πρὸς ἡγούμενον.

Πρότασ

Reuersio rationis est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua maior est antecedens consequente.

Ex æquo ratio est pluribus positis magnitudinibus, & alijs eas æquantibus multitudine, binis sumptis, & in eadem ratione, cum est, vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad vltimam, aut aliter assumptio extremorum per subductionem mediorum.

Ordinata proportio est, quando est vt antecedens ad consequentem, sic antecedens ad consequentem, erit autem etiam vt consequens ad aliam quandam, sic consequens ad aliam quandam.

Perturbata proportio autẽ est, quando tribus positis magnitudinib⁹, & alijs æqualibus eis multitudine, fit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem. vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliam quandam, sic in secundis magnitudinibus alia quædam ad antecedentem.

Πρότασις α. Θεώρημα.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον: ὁσαπλάσιον ἐστὶν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός: τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Πρότασις β. Θεώρημα.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρότασις γ. Θεώρημα.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου: ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, καὶ διίσου τῶν ληφθέντων, ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δέ, τοῦ τετάρτου.

Πρότασις δ. Θεώρημα.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις

πολλα-

Propositio 1. Theorema.

Si sint quotlibet magnitudines, quotlibet magnitudinum æqualium multitudine vnaquæq; vnius cuiusq; æque multiplex, quotuplex est vna magnitudinum vnius, totuplices erunt omnes omnium.

Propositio 2. Theorema.

Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secundæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ: fuerit item quinta secundæ æqualiter multiplex, & sexta quartæ: erit coniuncta magnitudo prima cum quinta, æqualiter multiplex secundæ, & tertia cum sexta quartæ.

Propositio 3. Theorema.

Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secundæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ: & si sumptæ fuerint æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ: erit etiam ex æquo altera alterius æqualiter multiplex: illa quidem secundæ, hæc verò quartæ.

Propositio 4. Theorema.

Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam eam habuerit proportionem, quam

πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Πρότασις ε. Θεώρημα.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος: καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Πρότασις ς. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Πρότα-

tertia ad quartam: etiam æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, ad æqualiter multiplices magnitudines secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem eandem habebũt proportionẽ, inter se collatæ.

Propositio 5. Theorema.

Si magnitudo magnitudinis æqualiter fuerit multiplex, vt ablata ablatæ: erit etiã reliqua reliquæ æqualiter multiplex, vt tota totius.

Propositio 6. Theorema.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æqualiter fuerint multiplices: et ablatæ quædam earũdem fuerint æqualiter multiplices: erunt etiam reliquæ eisdem vel æquales, vel earundem æqualiter multiplices.

Propositio 7. Theorema.

Æquales magnitudines ad eandem, eandem habent proportionẽ, & eadẽ ad æquales.

Propositio 8. Theorema.

Magnitudinum inæqualium maior ad eandem maiorem habet proportionem quàm minor: & eadem illa magnitudo ad minorem habet proportionem maiorem, quàm ad maiorem.

Πρότασις θ. Θεώρημα.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λογόν ἐχόντων, τὸ τὸ μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζον ἐστὶ, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττον ἐστίν.

Πρότασις ια. Θεώρημα.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Πρότασις ιβ. Θεώρημα.

Εαν ᾖ ὁποσαουῶν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Πρότασις ιγ. Θεώρημα.

Εὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Πρό-

Propositio 9. Theorema.

Magnitudines ad eandem, eandem habẽtes proportionem, æquales sunt inter se, & ad quas eadem, eandem habet proportionem: etiam illæ sunt inter se æquales.

Propositio 10. Theorema.

Quæ ex magnitudinibus ad eandem, proportionem habentibus maiorem habet proportionem, illa est maior: & ad quam eadem maiorem habet proportionem, illa est minor.

Propositio 11. Theorema.

Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem.

Propositio 12. Theorema.

Si fuerint magnitudines quotlibet proportionales: erit quemadmodum vna præcedentium, ad vnam consequentium: sic omnes præcedentes ad omnes consequentes.

Propositio 13. Theorema.

Si magnitudo prima ad secundam, eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: tertia verò ad quartam maiorem habuerit proportionem, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam maiorem habebit proportionẽ, quàm quinta ad sextam.

Πρότασις ιδ. θεώρημα.

Εὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται. κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Πρότασις ιε. θεώρημα.

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα καλάλληλα.

Πρότασις ιϛ. θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ, ἀνάλογον ἔσται.

Πρότασις ιζ. θεώρημα.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Πρότασις ιη. θεώρημα.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Πρότασις ιθ. θεώρημα.

Ἐὰν ᾖ, ὡς ὅλον, πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν, πρὸς ἀφαιρεθὲν, καὶ τὸ λοιπὸν, πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἐὰν

Propositio 14. Theorema.

Si magnitudo prima ad secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: & si prima maior fuerit quàm tertia, etiam secunda erit maior quàm quarta, & si æqualis æqualis, & si minor minor.

Propositio 15. Theorema.

Partes inter se collatæ, eã habent proportionem, quam suæ æqualiter multiplices.

Propositio 16. Theorema.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, etiã alternatim ꝑportionales erũt.

Propositio 17. Theorema.

Si magnitudines cõiunctæ fuerint proportionales, etiam separatæ proportionales erũt.

Propositio 18. Theorema.

Si magnitudines separatæ fuerint proportionales, etiam cõiunctæ erũt proportionales.

Propositio 19. Theorema.

Si fuerit totius alicuius magnitudinis, ad totam aliquam magnitudinem proportio ea, quæ ablatæ ad ablatam: erit etiam reliquæ ad reliquam proportio ea, quæ totius ad totam.

Πρότασις κ. θεώρημα.

Εαν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, διίσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Πρότασις κα. θεώρημα.

Εαν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, διίσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον, τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Πρότασις κβ. θεώρημα.

Εαν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ διίσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Πρότασις κγ. θεώρημα.

Εαν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ διίσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Προτα-

Propositio 20. Theorema.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, & binæ in eadem proportione, & si ex æquo prima fuerit maior quàm tertia, erit etiam quarta maior quàm sexta, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Hoc est: Si fuerit proportio primæ magnitudinis ad secundam ea, quæ tertiæ ad quartam: fuerit verò etiam proportio secundæ ad quintam, quæ quartæ ad sextam, tum si fuerit prima maior quàm quinta, erit etiam tertia maior quàm sexta, &c.

Propositio 21. Theorema.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ in eadem proportione, etiamsi fuerit confusa ipsarum proportio: tamen si ex æquo prima fuerit maior quàm tertia, erit etiam quarta maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis, & si minor, minor:

Propositio 22. Theorema.

Si fuerint quotlibet magnitudines, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiã ex æquo in eadem erunt proportione.

Propositio 23. Problema.

Si fuerint magnitudines tres, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiamsi fuerit confusa illarum proportio: tamen ex æquo in eadem erunt proportione.

Πρότασις κδ΄. θεώρημα.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον: καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Πρότασις κε΄. Θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν, μείζονά ἐστι.

Τέλος τοῦ πέμπτου στοιχείου

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκα-

Propositio 24. Theorema.

Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam, eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habuerit verò etiam quinta ad secundam eam proportionem: quam sexta ad quartam: tum coniuncta magnitudo prima cum quinta, eam habebit proportionē ad secundam, quam habet tertia cum sexta ad quartam.

Propositio 25. quinta.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, earum maxima & minima reliquis duabus erunt maiores.

Finis libri quinti.

EVCLIDIS ELEMENTORUM Geometriæ liber sextus.

Definitiones.

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ æquales habent angulos ad vnum: & latera æquales angulos continentia æqualia.

Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraq; figura

τέρῳ τῶν σχημάτων, ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον, εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ, ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν, κάθετος ἀγομένη.

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες, ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

ΤΑ τρίγωνα, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότασις β. θεώρημα.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν, παράλληλος.

figura sunt antecedentes, & consequentes rationis termini.

Secundum rationem extremam & mediã dicetur linea recta esse secta, quando sic se habet ratio, vt tota ad maius segmentum, sic maius segmentum ad minus.

Vniuscuiusq; figuræ altitudo dicitur linea recta perpendicularis, ducta à vertice ad basim vsq;.

Ratio ex rationibus dicetur composita esse, si rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquas fecerint.

Propositiones.

Propositio 1. Theorema.

TRianguli, & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, proportionem inter se habent, vt & ipsæ bases.

Propositio 2. Theorema.

Si ad trianguli alicuius latus, ducta fuerit quædam linea recta æquedistans, tum ea proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera fuerint proportionaliter secta: tum linea recta ad sectiones ducta ad reliquum trianguli latus, erit æquedistans.

Pro-

Πρότασις γ. Πρόβλημα.

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν, εὐθεῖα, τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ταῖς λοιπαῖς, τοῦ τριγώνου πλευραῖς. Καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Πρότασις δ. Θεώρημα.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι, αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Πρότασις ε. πρόβλημα.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Πρότασις ς. Πρόβλημα.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς

πλευ-

Propositio 3. Theorema.

Si trianguli alicuius angulus fuerit dissectus in duas partes æquales: ipsaq́; recta secans angulum, ipsam etiam basin secet: tum segmenta basis eandẽ habebũt proportionem cum reliquis trianguli lateribus. Et si segmẽta basis eandem habuerint proportionem cũ reliquis trianguli lateribus: recta à vertice trianguli ad sectionem ducta: secat angulum trianguli in duas partes æquales.

Propositio 4. Theorema.

Trianguli qui æquales habent angulos: latera eorum quæ æquales continent angulos sunt proportionalia: latera æquales angulos subtendentia, sunt homologa.

Propositio 5. Theorema.

Si duo trianguli habuerint latera proportionalia, illi etiam æquianguli erunt, & anguli, quos latera homologa subtendũt, sunt æquales.

Propositio 6. Theorema.

Si alicuius trianguli vnus angulus fuerit æqualis vni angulo alterius trianguli: & la-

πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Εὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα, ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραί.

Πρότασις η. θεώρημα.

Εαν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας, ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῆ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα, ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Πρότασις θ. πρόβλημα.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Πρότασις ι. Πρόβλημα.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ, ὁμοίως τεμεῖν.

Πρότα-

tera æquales illos angulos continentia ſint proportionalia: eiuſmodi trianguli æqualium ſunt angulorum, & angulos quos homologa latera ſubtendunt, habent æquales.

Propoſitio 7. Theorema.

Si duorum triangulorum angulus vnus vni angulo fuerit æqualis: & latera alios angulos continentia ſint ꝓportionalia: & alterũ ex reliquis angulis vel minorem vel non minorẽ angulo recto habuerint: iſti duo triãguli erunt æqualium angulorum, & angulos quos latera ꝓportionalia continẽt, habent æquales.

Propoſitio 8. Theorema.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto, ad baſin ducta fuerit perpendicularis: tũ trianguli qui ad perpendicularem ſunt poſiti, ſunt ſimiles toti triãgulo, atq; etiã inter ſe.

Propoſitio 9. Problema.

Auferre ex data linea recta, eam partem, quæ auferenda præcipitur.

Propoſitio 10. Problema.

Datam lineam rectam non ſectam ſimiliter ſecare vt ſectam.

Πρότασις ια. πρόβλημα.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότασις ιβ. Πρόβλημα.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότασις ιγ. Πρόβλημα.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότασις ιδ. Θεώρημα.

Τῶν ἴσων τε, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην, ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὧν παραλληλογράμμων, μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότασις ιε Θεώρημα.

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὧν τριγώνων μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότα-

Propositio 11. problema.

Duabus propositis lineis rectis tertiam proportionalem inuenire.

Propositio 12. Problema.

Tribus lineis rectis datis, quartam proportionalem inuenire.

Propositio 13. Problema.

Duabus datis lineis rectis mediam proportionalem inuenire.

Propositio 14. Theorema.

Parallelogrammorum æqualium, & habentium vnum angulum vni angulo æqualem latera æquales angulos continentia reciproca sunt. Et quorum parallelogrammorũ habentium vnum angulũ vni angulo æqualem, reciproca sunt ea latera, quæ æquales angulos continent, illa etiam sunt æqualia.

Propositio 15. Theorema.

Triangulorum æqualium, & habentium vnum angulum, vni angulo æqualem: latera æquales angulos continentia reciproca sunt. Et quorum triangulorum habentium vnum angulum vni angulo æqualem, reciproca sunt latera æquales angulos continentia, æquales etiam erunt illi trianguli.

Πρότασις ις. θεώρημα.

Εὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ, τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις ιζ. θεώρημα.

Εὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐςὶ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις ιη. πρόβλημα.

Απὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Πρότασις ιθ. Θεώρημα.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐςὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρό-

Propositio 16. Theorema.

Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales, rectangulum quod continetur duabus extremis, æquale est rectangulo, quod duabus medijs continetur. Et si rectangulum quod duabus extremis continetur, fuerit æquale rectangulo, quod continetur duabus medijs: quatuor istæ lineæ rectæ proportionales erũt.

Propositio 17. Theorema.

Si tres lineæ rectæ proportionales fuerint, rectangulum quod continetur duabus extremis: æquale est quadrato quod describitur à linea media. Et si rectangulum quod continetur duabus extremis, æquale est quadrato à media linea descripto, tres illæ rectæ proportionales erunt.

Propositio 18. Problema.

A data linea recta, dato rectilineo describere simile, & similiter positum rectilineum.

Propositio 19. Theorema.

Similes trianguli in dupla sunt ratione homologorum laterum.

Πρότασις κ. Θεώρημα.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότασις κα. Θεώρημα.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Πρότασις κβ. Θεώρημα.

Εαν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. Κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις κγ. Θεώρημα.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Πρότασις κδ. Θεώρημα.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διά-

Propositio 20. Theorema.

Figuræ multorum angulorum diuiduntur in similes triangulos, & numero æquales, & homologos totis, & figura multorum angulorum, ad figuram multorum angulorũ duplicem habet rationem, quam latus homologon, ad latus homologon.

Propositio 21. Theorema.

Quæ eidem rectangulo sunt similia, etiam inter se sunt similia.

Propositio 22. Theorema.

Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales, etiam rectilineæ figuræ similes, similiterq́ ab eis descriptæ proportionales erunt. Et si rectilineæ figuræ similes, & ab his lineis rectis similiter descriptæ fuerint proportionales, etiã ipsæ lineæ rectæ ꝓportionales erũt.

Propositio 23. Theorema.

Parallelogramma æquales angulos habentia, proportionem inter se habent, ex lateribus compositam.

Propositio 24. Theorema.

Omnis parallelogrammi, quæ circa dia-

διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι, τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Πρότασις κε. πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Πρότασις κϛ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου, παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχων αὐτῷ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐστι τῷ ὅλῳ.

Πρότασις κζ. Θεώρημα.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις, ὁμοίοις τε, καὶ ὁμοίως κειμένοις, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν, τῷ ἐλλείμματι.

Πρότασις κη. πρόβλημα.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον

εὐθυ-

metrũ sunt parallelogramma, similia sunt toti parallelogrammo, & inter se.

Propositio 25. Problema.

Datæ figuræ rectilineæ similem, & aliæ figuræ rectilineæ datæ eandem æqualem figuram rectilineam constituere.

Propositio 26. Theorema.

Si auferatur ex parallelogrammo aliud parallelogrammon simile, & similiter positum toti parallelogrammo, ita vt etiam communem cum ipso habeat angulum: erit circa eandem cum ipso diametro.

Propositio 27. Theorema.

Omnium parallelogrammorum quæ ad eandem lineam rectam applicantur, & deficiunt parallelogrãmis figuris, similibus & similiter positis, parallelogrammon quod à dimidia describitur, atq; defectui simile est, erit maius eo, quod à dimidia describitur.

Propositio 28. problema.

Datæ lineæ rectæ, dato rectilineo æquale parallelogrammon applicare deficiens figura parallelogramma, simili datæ figuræ. Sed oportet illud rectilineum, cui æquale ponendum

εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Πρότασις κθ. πρόβλημα.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Πρότασις λ. πρόβλημα.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον, καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Πρότασις λα. θεώρημα.

Εν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς, τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν, τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Πρότασις λβ. θεώρημα.

Εαν δύο τρίγωνα συντεθῇ, κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε, τὰς ὁμολόγους αὐ-

τῶν

dum & applicandum est non esse maius rectilineo, quod à dimidia describitur istis defectibus existentibus similibus, eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deficere oportet.

Propositio 29. problema.

Datæ lineæ rectæ dato rectilineo applicare æquale parallelogrammon, quod excedit figura parallelogramma simili datæ figuræ rectilineæ.

Propositio 30. problema.

Datam lineam rectam extrema & media ratione secare.

Propositio 31. Theorema.

In datis triangulis rectangulis, figura quæ describitur à latere subtendente angulum illum rectum, æqualis est figuris, quæ describuntur à lateribus angulũ illum rectum continentibus, similibus similiterq; descriptis.

Propositio 32. Theorema.

Si duo trianguli coniuncti ad vnum angulum, habentesq; duo latera duobus laterib. proportionalia: ita vt latera homologa sint

æque-

τῶν πλευρὰς, καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Πρότασις λγ΄. θεώρημα.

Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι, ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Τέλος τοῦ ἕκτου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ὁ ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

Αριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

Πολλα-

æquediſtantia: tum reliqua triangulorum latera ἐπ' εὐθείας ſunt poſita.

Propoſitio 33. Theorema.

In circulis æqualibus anguli eandem habent rationem quam circumferentiæ in quibus conſiſtunt: ſiue ſint ad centra, ſiue ad circumferentias conſtituti. præterea & ſectores ad centra ſcilicet conſtituti.

Finis libri ſexti.

EVCLIDIS ELEMENTOrum Liber Septimus.

Definitiones.

VNitas eſt ſecundũ quam vnumquodq; vnum dicitur.

Numerus verò multitudo ex vnitatibus compoſita.

Numer⁹ alterius numeri pars eſſe dicitur minor maioris: quãdo maiorẽ exactè metitur.

Numerus verò alterius numeri partes eſſe dicitur, quando nõ exactè metitur maiorẽ.

Nume

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

Περιττὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος, κατ᾽ ἄρτιον ἀριθμόν.

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος, κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ, μετρούμενος, κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνη μετρούμενος.

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνη μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους, ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται,

Numerus alterius numeri multiplex esse dicitur maior minoris: quando minor maiorẽ exactè metitur.

Numerus par est, quem in duas partes æquales diuidere possumus.

Numerus verò impar, qui non potest diuidi in duas partes æquales: vel is qui vnitatẽ differt à numero pari.

Numerus pariter par est, quem par numerus per partem metitur.

Numerus pariter impar est, quem numerus par metitur per numerum imparem.

Numerus impariter impar est, quẽ impar numerus per imparem metitur.

Numerus primus est, quem sola metitur vnitas.

Numeri inter se primi sunt, quos sola vnitas communi mensura metitur.

Numerus compositus est, quem numerus aliquis metitur.

Numeri inter se compositi, quos numerus aliquis communi metitur mensura.

Numerus numerum multiplicare dicitur,

γεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

Οταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, ἐπίπεδος καλεῖται.

Πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

Οταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, στερεὸς καλεῖται.

Πλευραὶ δὲ αὐτῶν, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί.

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος: ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Αριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου, καὶ ὁ τρίτος, τοῦ τετάρτου ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

Ομοι-

quando quot in ipſo multiplicante fuerint vnitates, toties componitur numerus multiplicandus & producitur aliquis numerus.

Quando verò duo numeri ſeſe mutuo multiplicantes producunt aliquem, numerus qui producitur appellatur planus.

Latera vero eius ſunt, numeri ſeſe mutuò multiplicantes.

Si verò tres numeri ſeſe mutuo multiplicantes produxerint aliquem numerum: is qui fit ſolidus nominatur.

Eius verò latera ſunt numeri, ſeſe mutuo multiplicantes.

Numerus quadratus eſt, qui æqualiter eſt æqualis: vel qui ex duorum æqualium numerorum multiplicatione fit.

Numerus verò cubus dicitur qui æqualiter æqualis eſt, æqualiter: id eſt qui fit ex multiplicatione trium æqualium numerorum.

Numeri proportionales ſunt, quando primus ſecundi, & tertius quarti æqualiter fuerit multiplex, aut eadẽ pars, aut eædẽ partes.

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

ΠΡΟΤΑ'ΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λοιπόμενος, μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ ληφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοί, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότασις β. πρόβλημα.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότασις γ. θεώρημα.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Πᾶς ἀριθμός, παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος

ἑτέ-

Similes plani & solidi numeri sunt, qui latera habent proportionalia.

Numerus perfectus est, qui partibus sui ipsius est æqualis.

Propositiones.

Propositio 1. Theorema.

Si duobus numeris inæqualibus propositis, semper minor à maiore auferatur: & tandem is qui relinquitur, præcedentem nō amplius exacte metiatur, donec sumatur vnitas, numeri ab initio propositi primi inter se sunt.

Propositio 2. problema.

Duobus propositis numeris non primis inter se: inuenire maximam eorum communem mensuram.

Propositio 3. problema.

Trib⁹ ꝓpositis numeris nō primis inter se: maximam eorū communē mēsuram inuenire.

Propositio 4. Theorema.

Omnis numerus, omnis numeri minor maioris: vel est pars, vel partes.

Propositio 5. Theorema.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter al-

ἑτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. Πρότασις ϛ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφερεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. Πρότασις θ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ, ἃ μέρη ἐστὶν,

terius eadem pars etiam additus additi eadẽ pars erit, quæ vnus vnius.

Propositio 6. Theorema.

Si numerus numeri partes sit, & alter alterius eædem partes, etiam additus additi eædem partes erit, quæ est vnus vnius.

Propositio 7. Theorema.

Si numerus numeri pars sit, quæ pars est numerus ablatus, numeri ablati: etiam reliquus reliqui eadẽ pars erit, quæ totus totius.

Propositio 8. Theorema.

Si numerus alterius numeri fuerit partes, quæ partes est numerus ablatus, numeri ablati, etiam reliquus numerus reliqui numeri eædem partes erit, quæ partes est totus totius.

Propositio 9. Theorema.

Si numerus alterius numeri pars fuerit, & alter alterius eadẽ pars, tum permutatim quæ pars est, vel partes primus tertij: eadem pars vel partes est, secundus quarti.

Propositio 10. Theorema.

Si numerus alterius numeri fuerit partes, et alter alterius eædẽ partes, etiam permuta-

ϛὶν, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Πρότασις ια. Θεώρημα.

Εαν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος, πρὸς ὅλον.

Πρότασις ιϐ. πρόϐλημα.

Εαν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων, πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι, πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Πρότασις ιγ. Θεώρημα.

Εὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις ιδ. Θεώρημα.

Εὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμϐανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ διίσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Πρότασις ιε. Θεώρημα.

Εὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς, ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλ-

tim quæ partes est primus tertij vel pars, eadem partes secundus erit quarti vel pars.

Propositio 11. Theorema.

Si fuerit vt numerus totus ad numerum totum, ita ablatus numerus ad ablatum: etiam reliquus ad reliquum erit vt totus numerus ad numerum totum.

Propositio 12. Theorema.

Si quotcunq; fuerint numeri proportionales, erit vt unus ex antecedentibus: ad vnum ex consequentibus: ita omnes antecedentes, ad omnes consequentes.

Propositio 13. Theorema.

Si quatuor numeri fuerint proportionales, etiam permutatim proportionales erunt.

Propositio 14. Theorema.

Si fuerint quotcunq; numeri, & alij his æquales numero bini collati & in eadem proportione & iam ex æquo in eadem erunt proportione.

Propositio 15. Theorema.

Si vnitas aliquem metitur numerum, æqualiter verò alius quispiam numerus, alium

καὶ ἐναλλὰξ, ἰσάκις ἡ μονὰς, τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει, καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Πρότασις ιϛ. θεώρημα.

Εαν δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Πρότασις ιζ. θεώρημα.

Εαν ἀριθμὸς, δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Πρότασις ιη. θεώρημα.

Εαν δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάζαντες, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον, τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Πρότασις ιθ. θεώρημα.

Εαν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου, γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἔσται, τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. Καὶ ἐαν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου, γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ᾖ

τῷ

numerum metiatur: tum permutatim vnitas æqualiter metietur numerum tertium, & secundus quartum.

Propositio 16. Theorema.

Si duo numeri sese mutuò multiplicantes produxerint aliquos, numeri ex eiusmodi multiplicatione facti, æquales inter se sunt.

Propositio 17. Theorema.

Si numerus aliquis duos numeros multiplicat, tum numeri ex eiusmodi multiplicatione facti, eandem habebunt quam multiplicati rationem.

Propositio 18. Theorema.

Si duo numeri aliquem multiplicauerint numerum, & producant aliquos, numeri producti ex horum multiplicatione eandem quã multiplicantes, habebunt rationem.

Propositio 19. Theorema.

Si quatuor numeri fuerint proportionales, numerus qui fit ex multiplicatione primi in quartum, erit æqualis ei qui producitur ex multiplicatione secundi in tertium: & si numerus ex multiplicatione primi in quartum

factus

τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις κ. θεώρημα.

Εαν τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐςὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐαν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις κα. Θεώρημα.

Οἱ ἐλάχισοι ἀριθμοὶ, τῶν, τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι, τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων, τὸν ἐλάττονα.

Πρότασις κβ. θεώρημα.

Εαν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σιώδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ διίσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Πρότασις κγ. θεώρημα.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ, ἐλάχισοί εἰσι, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότα-

fuerit æqualis ei, qui ſit ex multiplicatione ſecundi in quartum, tum quatuor illi numeri erunt proportionales.

Propoſitio Vigeſima.

Si tres numeri fuerint proportionales, numerus ex multiplicatione extremorũ factus æqualis eſt quadrato numeri medij, & ſi numerus ex multiplicatione extremorum factus, æqualis eſt quadrato numeri medij, tres illi numeri erunt proportionales.

Propoſitio 21. Theorema.

Minimi numeri eandem habentes rationem metiuntur numeros eandem cum ipſis habentes rationem æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorem.

Propoſitio 22. Theorema.

Si fuerint tres numeri & alij numeri æquales, bini collati & in eadem ratione, ſit verò illorũ proportio perturbata: tum ex æquo in eadem erunt ratione.

Propoſitio 23. Theorema.

Numeri primi inter ſe, ſunt minimi eorũ qui eandem cum ipſis habent rationem.

Pro-

Πρότασις κδ. θεώρημα.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Πρότασις κε. θεώρημα.

Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμός, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότασις κϛ. θεώρημα.

Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Πρότασις κζ. θεώρημα.

Εὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότασις κη. θεώρημα.

Εὰν δύο ἀριθμοὶ, πρὸς δύο ἀριθμοὺς, ἀμφότεροι, πρὸς ἑκάτερον, πρῶτοι ὦσι: καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότασις κθ. θεώρημα.

Εὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι,

Propositio 24. Theorema.

Numeri minimi eorum qui eandem cum ipsis habent proportionẽ: primi inter se sunt.

Propositio 25. Theorema.

Si duo numeri primi inter se fuerint: is qui vnũ ex illis metitur: primus erit ad reliquũ.

Propositio 26. Theorema.

Si duo numeri ad vnum fuerint primi: tũ is qui producitur ex horum multiplicatione ad eundem quoq; primus erit.

Propositio 27. Theorema.

Si duo numeri primi inter se fuerint, is qui fit ex multiplicatione vnius illorum duorum: primus erit ad reliquum.

Propositio 28. Theorema.

Si duo numeri ad duos numeros vterq; ad vtrunq; primi fuerint: tum qui ex horum fiunt multiplicatione etiã primi inter se erunt.

Propositio 29. Theorema.

Si duo numeri primi inter se fuerint: & vterq;

ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν, ποιῇ τινα, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. Κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Πρότασις λ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, πρῶτος ἔσται. καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότασις λα. Θεώρημα.

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς, πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Πρότασις λβ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γινόμενον ἐξ αὐτῶν, μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Πρότασις λγ. Θεώρημα.

Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότα-

vterq; seipsum multiplicet ac producat aliquem numerum tum producti ex his numeri etiam primi inter se erunt, & si ab initio propositi numeri hos multiplicantes producant alios: etiam illi primi inter se erunt, id perpetuo circa extremos contingit numeros.

Propositio 30. Theorema.

Si duo numeri primi inter se fuerint, & vterq; simul ad vtrũq; illorum erit primus, & si vterq; simul ad vnum aliquem illorũ est primus, etiam numeri ab initio propositi, primi inter se erunt.

Propositio 31. Theorema.

Omnis numerus ad omnem numerum quẽ non metitur primus est.

Propositio 32. Theorema.

Si duo numeri sese multiplicantes producant aliquem, eumq; metiatur aliquis numerus primus, tum etiã vnum ex ijs qui ab initio erant propositi metietur.

Propositio 33. Theorema.

Omnem compositum numerum, aliquis primus numerus metitur.

Πρότασις λδ. Θεώρημα.

Ἅπας ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότασις λε. Θεώρημα.

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότασις λς. Θεώρημα.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Πρότασις λζ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος, ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος, τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Πρότασις λη. Θεώρημα.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Πρότασις λθ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς, ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος, ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Πρώτασις μ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς, μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύ-

Propositio 34. Theorema.

Omnis numerus, aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Propositio 35. Theorema.

Quotcunq; numeris datis, inuenire minimos eandem cum ipsis habentes proportionē.

Propositio 36. Theorema.

Duobus propositis numeris inuenire minimum quem metiantur.

Propositio 37. Theorema.

Si duo numeri metiantur vnum aliquem numerum, tum minimus quem illi metiuntur metietur etiam eundem.

Propositio 38. problema.

Tribus propositis numeris, inuenire minimum quem metiantur.

Propositio 39. Theorema.

Si aliquem numerum metiatur aliquis alius numerus is quem alter metitur habebit cum eo qui metitur alterum numero partem denominationis eiusdem.

Propositio 40. Theorema.

Si numerus aliquis quamcūq; habuerit par

μωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Πρότασις μα. πρόβλημα.

Αριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Τέλος τοῦ ἑβδόμου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ὈΓΔΟΟΝ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δ᾽ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότασις β. πρόβλημα.

Αριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Πρότασις γ. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Πρότα-

tem tum aliquis alius numerus eiusdem cum parte denominationis metietur eum.

Propositio 14. problema.

Numerum inuenire, qui cum sit minimus, habeat in se partes datas.

Finis Libri Septimi.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Propositio 1. Theorema.

SI fuerint quotcunq; numeri continue proportionales, atq; numeri extremi eorum inter se sint primi: tum erunt minimi eorum, qui eandem habent rationem.

Propositio 2. problema.

Numeros continue proportionales minimos inuenire, quotquot aliquis volet, in data proportione.

Propositio 3. Theorema.

Si aliquot numeri cōtinue proportionales fuerint, minimi eorum qui in eadem sunt proportione, extremi eorum primi inter se sunt.

Πρότασις δ. πρόβλημα.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Πρότασις ε. Θεώρημα.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Πρότασις ϛ. Θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ: οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁπόσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

πρότασις η. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι, καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

πρότα-

Propositio 4. problema.

Datis proportionibus aliquot in minimis numeris, inuenire numeros continue minimos in datis proportionibus.

Propositio 5. Theorema.

Numeri plani proportionem inter se habent ex lateribus eorum compositam.

Propositio 6. Theorema.

Si fuerint aliquot numeri continue proportionales & primus non metiatur secundum: neq; quispiam alius quempiã metietur.

Propositio 7. Theorema.

Si fuerint aliquot numeri continue proportionales, & primus metiatur postremum: etiam metietur secundum.

Propositio 8. Theorema.

Si inter duos numeros continue proportionales incidant numeri: quotcunq; inter ipsos incident continue proportionales, totidem incident inter eos qui continue proportionales cum ipsis eandem habent proportionem.

Πρότασις θ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν, καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Πρότασις ια. Θεώρημα.

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ τετράγωνος, πρὸς τὸν τετράγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ, πρὸς τὴν πλευράν.

Πρότασις ιβ. Θεώρημα.

Δύο κύβων ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί: καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον,

Propositio 9. Theorema.

Si duo numeri primi inter se sunt, & inter ipsos continue proportionales incidant numeri: quot inter ipsos continue proportionales incidunt numeri, tot et inter utrunq; ipsorum & vnitatē continue proportionales incident.

Propositio 10. Theorema.

Si inter duos numeros & vnitatem continue proportionales incidant numeri: quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem continue proportionales incidunt numeri: tot inter ipsos continue proportionales incident.

Propositio 11. Theorema.

Duorum quadratorum numerorum unus est numerus medius proportionalis: & quadratus ad quadratum duplicatam habet rationem, quam latus ad latus.

Propositio 12. Theorema.

Duorum cuborum numerorum, duo medij proportionales numeri sunt, & cubus ad cu-

βον, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Πρότασις ιγ. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν, ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἀνάλογον ἔσονται. Καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται. Καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Πρότασις ιδ. θεώρημα.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

πρότασις ιε. θεώρημα.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

πρότασις ιϛ. θεώρημα.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς, τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευ-

ρὰν

bum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Propositio 13. Theorema.

Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & quisque eorum seipsum multiplicet, producatque aliquem numerum, tum producti ex ipsis proportionales erunt. & si illi qui ab initio positi fuerant, multiplicantes eos, qui iam sunt producti, aliosque producant: etiam illi proportionales erunt: idque semper in extremis fit numeris.

Propositio 14. Theorema.

Si quadratus numerus numerum quadratum metitur: tum etiam latus metietur alterum latus: & si latus metitur alterum latus: etiam quadratus quadratum metietur.

Propositio 15. Theorema.

Si numerus cubus numerum cubum metitur, etiam latus metietur alterum latus: & si latus, alterum metitur latus: etiam cubus cubum metietur.

Propositio 16. Theorema.

Si quadratus numerus numerum quadratum non metitur: neque latus alterum latus

ρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ᾽ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Πρότασις ιζ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ᾽ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ οὐδ᾽ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Πρότασις ιη. Θεώρημα.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογος ἐστὶν ἀριθμὸς, καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότασις ιθ. Θεώρημα.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότασις κ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμὸς: ὅμοιοι, ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

metietur: & si latus alterum latus non metitur: neq; quadratus quadratum metietur.

Propositio 17. Theorema.

Si cubus numerus, numerum cubum non metitur: neq; latus metietur alterum latus: et si latus alterum latus non metitur neq; cubus metietur cubum.

Propositio 18. Theorema.

Duobus numeris planis similibus vnus est medius proportionibus, & numerus planus ad numerum planum rationem habet duplicatam quam habet latus homologon, ad latus homologon.

Propositio 19. Theorema.

Duobus numeris solidis similibus duo medij sunt interpositi proportionales numeri: et numerus solidus ad similem solidum numerũ triplicatam habet rationem, quam latus homologon, ad latus homologon.

Propositio 20. Theorema.

Si inter duos numeros vnus medius intercidit proportionalis numerus: illi numeri similes plani erunt.

Propo-

Πρότασις κα. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅμοιοι στερεοὶ ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Πρότασις κβ. θεώρημα.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Πρότασις κγ. θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ τέταρτος κύβος ἔσται.

Πρότασις κδ. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Πρότασις κε. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς, πρὸς κύβον ἀριθμὸν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Πρό-

Propositio 21. Theorema.

Si inter duos numeros duo medij proportionales numeri interciderint: illi numeri similes solidi erunt.

Propositio 22. Theorema.

Si tres numeri continue proportionales fuerint, & primus eorum sit quadratus, etiã tertius quadratus erit.

Propositio 23. Theorema.

Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, & primus eorum sit cubus: etiam quartus cubus erit.

Propositio 24. Theorema.

Si duo numeri proportionem inter se habeant, quam quadratus ad quadratum, & primus eorum sit quadratus, etiam secundus quadratus erit.

Propositio 25. Theorema.

Si duo numeri proportionem inter se habeant, quam numerus cubus ad numerum cubum: primus verò sit cubus: etiam secundus cubus erit.

Πρότασις κϛ Θεώρημα.

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Πρότασις κζ. Θεώρημα.

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Τέλος τοῦ ὀγδόου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Πρότασις α. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσι τινά, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Πρότασις β. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσί.

Πρότασις γ. Θεώρημα.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας

σιάσας

Propositio 26. Theorema.

Numeri similes plani inter se proportionem habent, quam quadratus ad quadratum.

Propositio 27. Theorema.

Numeri similes solidi proportionem inter se habent: quam cubus ad cubum.

Finis Libri Octaui.

EVCLIDIS ELEMENT. LIBER NONVS.

Propositio 1. Theorema.

SI duo numeri similes plani sese mutuo multiplicauerint ac producant aliquem numerum: is numerus erit quadratus.

Propositio 2. Theorema.

Si duo numeri sese mutuo multiplicantes, producant numerum quadratum: erunt illi duo numeri similes plani.

Propositio 3. Theorema.

Si numerus cubus seipsum multiplicaue-

σιάσας ποιῇ τινὰ ὁ γινόμενος κύβος ἔσται.

Πρότασις δ. Θεώρημα.

Εαν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γινόμενος κύβος ἔσται.

Πρότασις ε. Θεώρημα.

Εαν κύβος ἀριθμὸς, ἀριθμὸν τινὰ πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Πρότασις ς. Θεώρημα,

Εὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Εὰν σύνθετος ἀριθμὸς, ἀριθμὸν τινὰ πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γινόμενος στερεὸς ἔσται.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Εὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἐστὶν, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες: ὁ δὲ τέταρτος κύβος: καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες: ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

rit, & producat aliquem numerum: is qui producitur erit cubus.

Propositio 4. Theorema.

Si cubus numerus, numerum cubum multiplicauerit, & produxerit aliquem, tum numerus productus erit cubus.

Propositio 5. Theorema.

Si numerus cubus, numerũ aliquem multiplicet: & producat cubum: & numerus multiplicatus erit cubus.

Propositio 6. Theorema.

Si numerus aliquis seipsum multiplicet ac producat cubum etiam ipsemet cubus erit.

Propositio 7. Theorema.

Si numerus compositus, numerum aliquẽ multiplicauerit & producat aliquem: numerus productus solidus erit.

Propositio 8. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri cõtinuè proportionales fuerint, & tertius ab vnitate sit quadratus, etiam vno intermisso omnes: quartus verò cubus & duobus intermißis omnes, septimus verò etiam est cubus, & quadratus, & quinq; intermißis omnes.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Πρότασις ια. θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ, κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀ-

νάλο-

Propositio 9. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri continue proportionales fuerint: Is verò qui post vnitatem sequitur fuerit quadratus: etiam reliqui omnes quadrati erunt: & si is qui vnitatem sequitur fuerit cubus: etiam reliqui omnes erunt cubi.

Propositio 10. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri proportionales fuerint: is verò qui vnitatem sequitur non fuerit quadratus: neq; quispiam insequentium quadratus erit, exceptis tertio ab vnitate & vnum intermittentibus omnibus: & si qui vnitatem sequitur non fuerit cubus: neque alius quispiam cubus erit, exceptis quarto ab vnitate & duo intermissis omnibus.

Propositio 11. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri continue fuerint proportionales minor maiorem metietur per numeros, qui inter illos numeros proportionales fuerit.

Propositio 12. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri proportio-

ἀνάλογον ὦσιν· ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρεῖται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Πρότασις ιγ. Θεώρημα.

Εὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν· ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότασις ιδ. Θεώρημα.

Εὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Πρότασις ιε. Θεώρημα.

Εὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοι εἰσὶν.

Πρότασις ις. Θεώρημα.

Εὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον· οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότα-

nales fuerint: quot extremum numerum, numeri primi metiuntur: ijdem etiam eum qui vnitatem sequitur metientur.

Propositio 13. Theorema.

Si ab vnitate aliquot numeri continue proportionales fuerint: is verò qui vnitatem sequitur fuerit primus: tum maximum numerum nullus alius numerus metietur quam qui ex numeris fuerint cum ipso proportionalibus

Propositio 14. Theorema.

Si minimum numerum primi numeri metiuntur: tum nullus alius eum metietur, præterquam qui ab initio eum metiebantur.

Propositio 15. Theorema.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint: minimi eorum qui eandem cum eis habent proportionem duo quicunque sunt compositi ad reliquum primi erunt.

Propositio 16. Theorema.

Si duo numeri primi inter se fuerint: non erit proportio vt primus ad secundum, ita secundus ad aliquem alium.

Πρότασις ιζ. θεώρημα.

Εὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· οἱ δ᾽ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν· οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον· οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλόν τινα.

Πρότασις ιη. πρόβλημα.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότασις ιθ. Πρόβλημα.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότασις κ. θεώρημα.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ, παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Πρότασις κα. Θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστί.

Πρότασις κβ. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι· τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Πρότα-

Propositio 17. Theorema.

Si fuerint aliquot numeri continue proportionales, & illorum extremi sint inter se primi: non erit vt primus ad secundum, ita extremus ad aliquem alium.

Propositio 18. Problema.

Duobus propositis numeris contemplari an tertius proportionalis inueniri possit.

Propositio 19. Problema.

Tribus datis numeris contẽplari an quartus proportionalis inueniri possit.

Propositio 20. Theorema.

Plures sunt numeri primi: quàm quæuis primorum numerorum multitudo proposita.

Propositio 21. Theorema.

Si numeri pares quotquot illorũ sint componantur: tum totus numerus erit par.

Propositio 22. Theorema.

Si numeri impares quotcunq; illorum fuerint componãtur, & par illorum fuerit multitudo: tum totus numerus par erit.

Πρότασις κγ΄. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν: τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Πρότασις κδ΄. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότασις κε΄. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότασις κϛ΄. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότασις κζ΄. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότασις κη΄. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Πρότασις κθ΄. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

πρότα-

Propositio 23. Theorema.

Si aliquot numeri impares componantur, & illorum multitudo fuerit impar: totus etiam numerus impar erit.

Propositio 24. Theorema.

Si à numero pari auferatur numerus par, etiam reliquus numerus par erit.

Propositio 25. Theorema.

Si à numero pari, numerus impar auferatur: etiam reliquus impar erit.

Propositio 26. Theorema.

Si à numero impari auferatur numerus impar: etiam reliquus par erit.

Propositio 27. Theorema.

Si à numero impari auferatur numerus par: etiam reliquus numerus impar erit.

Propositio 28. Theorema.

Si numerus impar numerum parem multiplicauerit: ac fecerit aliquem, is qui fit numerus, par erit.

Propositio 29. Theorema.

Si numerus impar numerum imparem multiplicauerit ac produxerit aliquem: is qui producitur est impar.

πρότασις λ. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ μετρήσει.

πρότασις λα. Θεώρημα.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

πρότασις λβ. Θεώρημα.

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἀρτιάκις ἄρτιος ἐστὶ μόνον.

πρότασις λγ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν, ἀρτιάκις περισσός ἐστὶ μόνον.

πρότασις λδ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσόν: ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι: καὶ ἀρτιάκις περισσός.

πρότασις λε. Θεώρημα.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ: ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου

Propositio 30. Theorema.

Si numerus impar numerum parem metitur: etiam dimidium eius metietur.

Propositio 31. Theorema.

Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus, & ad eius duplum primus erit.

Propositio 32. Theorema.

Numeri qui per binarium numerum duplicantur solum pariter pares sunt.

Propositio 33. Theorema.

Si numerus aliquis dimidium sui habuerit imparem: is erit pariter impar tantum.

Propositio 34. Theorema.

Si numerus par neq; ex ijs erit qui per binarium sunt duplicati: neq; ex ijs qui dimidium sui habent numerum imparem: is erit pariter par: & erit pariter impar.

Propositio 35. Theorema.

Si fuerint aliquot numeri continuè proportionales, & à secundo atq; postremo auferatur numerus, primo æqualis: tum erit vt excessus secundi ad primum, sic excessus postremi

κατὰ ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Πρότασις λϛ. θεώρημα.

Εαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν, ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται: καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινὰ ὁ γινόμενος τέλειος ἔσται.

Τέλος τοῦ ἐννατου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Συμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

Ασύμμετρα δὲ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Ευθεῖαι δυνάμει σύμμετροι εἰσὶν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα, τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

Ασύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις, μηδὲν ἐνδέχεται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Τούτων

ſtremi ad omnes qui eum præcedunt.

Propoſitio 36. Theorema.

Si ab vnitate exponantur aliquot numeri continuè proportionales in proportione dupla: donec totus compoſitus primus fiat: & totus numerus ille in extremum multiplicatus producat aliquem: numerus qui fit erit perfectus.

Finis Libri Noni Elementorum Euclidis.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER X.

Definitiones.

Commẽſurabiles magnitudines illæ dicũtur eſſe, quas eadẽ menſura metitur.

Incommenſurabiles verò illæ magnitudines dicuntur: quarum nullam cõmunem menſuram contingit inuenire.

Lineæ rectæ potentia cõmenſurabiles ſunt quarum quadrata vna eademq́ ſuperficies metitur.

Lineæ verò rectæ incõmenſurabiles ſunt, quarum quadrata quæ metiatur ea, nulla inueniri poteſt.

His

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι σύμμετροί τε, καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν, μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον.

Καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή. καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει, καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι ἄλογοι καλείσθωσαν. καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα ῥητά. Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα ἄλογα καλείσθω, καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι. Εἰ μὲν τετράγωνον εἴη, αὗται αἱ πλευραί, εἰ δὲ ἕτερα τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσαι αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι ἄλογον καλείσθω.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. Θεώρημα.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον, ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται. λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Πρότα-

His sic se habentibus ostenditur quod lineæ rectæ datæ, existant aliæ lineæ rectæ innumerabiles partim cõmensurabiles, partim incommensurabiles, aliæ quidem longitudine et potentia, aliæ verò potentia tantum.

Vocetur igitur linea recta data, ῥητὴ, rationalis: quæ verò huic lineæ sunt commensurabiles, siue longitudine & potentia, siue potentia tantum: & ipsæ vocẽtur rationales.

Quæ autem huic lineæ rectæ incommensurabiles sunt, nominentur irrationales.

Quadratum etiam quod à linea proposita rationali describitur, appelletur rationale. Quæ etiam huic sunt commensurabilia nominentur rationalia. Quæ verò ei sunt incommensurabilia nominentur irrationalia aut surda. Lineæ deniq; quæ illa describunt irrationales dicantur, si sit quadratum ipsa latera sunt irrationalia, si verò aliæ figuræ rectilineæ tum lineæ quæ describunt quadrata figuris rectilineis æqualia vocentur irrationales.

Propositio 1. Theorema.

DVabus magnitudinibus inæqualibus propositis, si de maiori detrahatur plus dimidio: & rursus de reliquo iterum detrahatur plus dimidio, idq; semper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.

Πρότασις β. θεώρημα.

Εαν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότασις γ. πρόβλημα.

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότασις δ. πρόβλημα.

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Εαν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα, λόγον ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα, λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Πρό-

Propositio 2. Theorema.

Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, neq; residuum vnquam metiatur idquod ante se metiebatur: incommensurabiles erunt illæ magnitudines.

Propositio 3. problema.

Datis duabus magnitudinibus commensurabilibus maximam eorum cōmunem mensuram inuenire.

Propositio 4. problema.

Datis tribus magnitudinibus commensurabilibus, maximam earum communem mensuram inuenire.

Propositio 5. Theorema.

Magnitudines commensurabiles eam inter se habent proportionem, quam numerus ad numerum.

Propositio 6. Theorema.

Si duæ magnitudines eam habeant proportionem quam numerus ad numerū: illæ sunt cōmensurabiles.

Propositio 7. Theorema.

Magnitudines incōmensurabiles eam non habent inter se proportionem quam numerus ad numerum.

Πρότασις η΄. θεώρημα.

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότασις θ΄. θεώρημα.

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον οὐκ ἔχει ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Πόρισμα.

Καὶ φανερὸν ἔστω ἐκ τῶν δεδειγμένων ὅτι αἱ μήκει σύμμετροι πάντως καὶ δυνάμει. αἱ δὲ δυνάμει σύμμετροι, οὐ πάντως καὶ μήκει, καὶ

Propositio 8. Theorema.

Si duæ magnitudines non habuerint eam proportionem, quam numerus ad numerum, incommensurabiles illæ erunt.

Propositio 9. Theorema.

Quadrata quæ describuntur à rectis lineis longitudine commensurabilibus, inter se proportionem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Et quadrata habentia proportionem inter se quam quadratus numerus ad quadratum numerum, habebunt etiam latera longitudine commensurabilia. Quadrata verò quæ describuntur à lineis rectis longitudine incommensurabilibus proportionem non habent inter se quam quadratus numerus ad numerum quadratum: & quadrata non habentia proportionem inter se quã quadratus numerus ad quadratũ neq; latera habebunt longitudine cõmensurabilia.

Corollarium.

Ex iam demonstratis manifestum est lineas longitudine commensurabiles, omnino potentia quoq; esse cõmensurabiles. Quæ verò

κει, καὶ αἱ μήκει ἀσύμμετροι, οὐ πάντως καὶ δυνάμει ἀσύμμετροι, αἱ δὲ δυνάμει ἀσύμμετροι, πάντως καὶ μήκει.

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Πρότασις ια. πρόβλημα.

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους τὴν μὲν μήκει μόνον τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Πρότασις ιγ. θεώρημα.

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότασις ιδ. θεώρημα.

Ἐὰν

tentia sunt commensurabiles non omnino lōgitudine quoq; commensurabiles sunt: & quæ longitudine incommensurabiles sunt, non omnino potentia etiam incommensurabiles esse: quæ verò potentia incommēsurabiles sunt omnino etiam longitudine quoq; incommensurabiles esse.

Propositio 10. Theorema.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secūdæ fuerit cōmensurabilis, tertia quoq; quartæ commensurabilis erit. Quod si prima secundæ fuerit incommensurabilis, tertia quoq; quartæ erit incommensurabilis.

Propositio 11. problema.

Propositæ lineæ rectæ (quæ nominata est ῥητὴ) inuenire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidē longitudine tantum, illam verò non longitudine tantum, sed etiam potentia incommensurabilem.

Propositio 12. Theorema.

Magnitudines quæ eidem magnitudini sunt commensurabiles: inter se quoq; commensurabiles sunt.

Propositio 13. Theorema.

Si fuerint duæ magnitudines, & altera eidem sit commensurabilis, altera verò incommēsurabilis, illæ magnitudines incommensurabiles erunt:

Propositio 14. Theorema.

Ἐαν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δ' ἕτερον αὐτῶν μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Πρότασις ιε. θεώρημα.

Ἐαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἐαν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Πρότασις ις. Θεώρημα.

Ἐαν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν, σύμμετρον ἔσται, κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Πρότασις ιζ. θεώρημα.

Ἐαν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῷ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Πρότα-

Si fuerint duæ magnitudines commensurabiles, & altera illarum alteri cuipiam magnitudini sit incommensurabilis, etiam reliqua magnitudo eidem incommensurabilis erit.

Propositio 15. Theorema.

Si quatuor lineæ rectæ proportionales fuerint, possit autem prima plusquam secunda tanto quantũ est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine: tertia plus poterit quàm quarta tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine. & si prima plus potest quàm secunda tanto quantum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis longitudine etiam tertia plus potest quàm quarta tanto quantum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis longitudine.

Propositio 16. Theorema.

Si duæ magnitudines commensurabiles componantur, tota magnitudo composita singulis partibus commensurabilis erit. Quod si tota magnitudo composita, alterutri parti commensurabilis fuerit: illæ duæ partes commensurabiles erunt.

Propositio 17. Theorema.

Si duæ magnitudines incommensurabiles componantur, ipsa tota magnitudo singulis partibus componentibus incommensurabilis erit. Quod si tota alteri parti fuerit incõmensurabilis, illæ quoq; primæ magnitudines inter se incommensurabiles erunt.

Πρότασις ιη΄. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρη τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδη τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Πρότασις ιθ΄. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκη, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος, μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παρα-

βληθῇ

Propositio 18. Theorema.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod describitur à minore æquale parallelogrammon applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius parallelogrammi. Si præterea parallelogrammon sui applicatione diuidat lineam illam in partes inter se cōmensurabiles longitudine: illa maior linea tanto plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi cōmensurabilis longitudine. Quod si maior plus possit quàm minor, tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine: & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammon applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parellelogrammi, quantum est alterum latus ipsius parallelogrammi parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se longitudine commensurabiles.

Propositio 19. Theorema.

Si fuerint duæ lineæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum secundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus eiusdem parallelogrammi: si parallelogrammum præterea sui applicatione diuidat lineam in partes se longitudine incommensurabiles, maior illa linea tanto plus potest quàm minor: quantum est quadratum lineæ sibi maiori incommen-

commen-

βληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκη.

Πρότασις κ. Θεώρημα.

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκη συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπον εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Πρότασις κα. Θεώρημα.

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον, τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Πρότασις κβ. Θεώρημα.

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μέση.

Λῆμμα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν.

Πρότασις κγ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ

commensurabilis longitudine: quod si maior linea tanto plus possit quam minor, quantum est quadratum lineæ commensurabilis sibi longitudine, & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi: quantum est alterum latus ipsius: parallelogrammũ sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se incommensurabiles longitudine.

Propositio 20. Theorema.

Rectangulum quod lineis rectis rationalibus longitudine commensurabilibus secundum vnum aliquem ex prædictis modum continetur rationale est.

Propositio 21. Theorema.

Si rationale secundum lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalem & commensurabilem longitudine lineæ cui, rationale parallelogrammon applicatur.

Propositio 22. Theorema.

Rectangulum quod continetur duabus lineis rectis rationalibus potentia tantum commensurabilibus irrationalis est linea autem, quæ illud potest irrationalis & ipsa est vocetur vero medialis.

Lemma.

Si sint duæ lineæ rectæ erit vt prima ad secundã ita quadratum quod à prima describitur ad rectangulum quod duabus illis rectis continetur.

Propositio 23. Theorema.

Quadra-

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον, τῇ παρ᾽ ἣν παράκειται μήκει.

Πρότασις κδ. Θεώρημα.

Η τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστίν.

Πρότασις κε. Θεώρημα.

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστίν.

Πρότασις κϛ. Θεώρημα.

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητὸν, ἢ μέσον ἐστίν.

Πρότασις κζ. Θεώρημα.

Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ.

Λῆμμα.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐν λόγῳ ὁποιῳοῦν, καὶ ἄλλου τινὸς, δέον ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν πρὸς τὸν ἀριθμὸν, οὕτως ἕτερον πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότασις κη. πρόβλημα.

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Πρότασις κθ. πρόβλημα.

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Quadratum lineæ medialis applicatum secundũ lineam rationalem alterum latus habet lineam rationalem & incommensurabilem longitudine lineæ rectæ secundum quàm applicatur.

Propositio 24. Theorema.

Recta quæ lineæ rectæ mediali commensurabilis est & ipsa medialis est.

Propositio 25. Theorema.

Rectangulum quod continetur lineis rectis medialibus longitudine commensurabilibus mediale est.

Propositio 26. Theorema.

Rectangulum quod continetur lineis rectis medialibus potentia tantum commensurabilibus vel est rationale vel mediale.

Propositio 27. Theorema.

Mediale nõ est maius mediali superficie rationali.

Lemma.

Duobus numeris datis in quacunq; ratione & alio numero etiam dato efficere vt se habet numerus ad numerũ, ita se habeat ille ad alium aliquem numerũ.

Propositio 28. problema.

Mediales inuenire potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes.

Propositio 29. Problema.

Mediales inuenire potentia tantum commensurabiles mediale continentes.

Lem-

Λῆμμα.

Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμοὺς, ὥστε καὶ τὸν συγκείμενον, ἐξ αὐτῶν εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.

Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμοὺς, ὥστε τὸν ἐξ αὐτὸν συγκείμενον μὴ εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων καὶ εὐθείας δεῖν ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν, πρὸς τὸν ἀριθμὸν: οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς εὐθείας τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπ᾽ ἄλλης τινός.

Πρότασις λ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔσται ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν: οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν δύο πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης.

Πρότα-

Inuenire duos nũeros quadratos tales, vt qui ex ipsis compositus est sit quadratus.

Lemma.

Inuenire duos numeros quadratos tales, vt numerus ex ipsis compositus non sit quadratus.

Lemma.

Duobus numeris datis & linea recta data efficere, vt sicut numerus ad numerum, sic quadratumquod à linea describitur se habeat ad quadratum quod ab alia linea recta describitur.

Propositio 30. problema.

Duas rectas rationales potentia tantum commensurabiles inuenire: ita vt maior plus poßit quàm minor quadrato, quod describitur à linea recta longitudine sibi commensurabili.

Lemma.

Duas rationales potentia tantum cõmensurabiles inuenire, ita vt maior plus possit quam minor quadrato, quod à linea longitudine sibi incommensurabili describitur.

Lemma.

Si fuerint duæ lineæ rectæ in quadam ratione erit vt recta ad rectam: sic rectangulũ quod duabus rectis continetur ad quadratũ à minima descriptum.

Πρότασις λα. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας: ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.

Ἐὰν ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην· οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ μέσης πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ ἐλαχίστης.

Πρότασις λβ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους, μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Πρότασις λγ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Πρότασις λδ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν

τετρα-

Propositio 31. problema.

Inuenire duas mediales potentia tantum cõmensurabiles rationale continentes, ita vt maior plus posit minore: quadrato quod describitur à recta lõgitudine sibi cõmensurabili

Lemma.

Si fuerint tres lineæ in quadam ratione: erit vt prima ad tertiam sic rectangulũ quod prima & media continetur ad rectangulum quod media & maiore continetur.

Propositio 32. Problema.

Duas mediales potentia tantum commensurabiles mediale continentes inuenire ita vt maior plus posit quã minor quadrato, quod à recta sibi commensurabili describitur.

Propositio 33. Problema.

Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire, quæ faciant compositum ex quadratis quæ ab ipsis describuntur rationale: rectangulum verò illis contentum mediale.

Propositio 34. problema.

Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire: quæ faciant compositum ex qua-

τετραγώνων μέσον τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Πρότασις λε. πρόβλημα.

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Πρότασις λϛ. θεώρημα.

Εαν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν, καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότασις λζ. Θεώρημα.

Εαν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Πρότασις λη. θεώρημα.

Εαν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δ' ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Πρότασις λθ. Θεώρημα.

Εαν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δ' ὑπ' αὐ-

τῶν

dratis ab ipsis descriptis mediale: rectangulũ verò ipsis rectis comprehensum rationale.

Propositio 35. Problema.

Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire, quæ faciant compositum ex quadratis, quæ ab ipsis describũtur mediale: & quod ipsis continetur rectangulum mediale præterea incommensurabile composito ex quadratis quæ ab ipsis describuntur.

Propositio 36. Theorema.

Si duæ rationales potentia tantum commensurabiles componantur, tota linea recta irrationalis est vocetur autem binomium.

Propositio 37. Theorema.

Si fuerint duæ mediales potentia tantum cõmensurabiles compositæ continentes rationale tota irratio nalis erit, & vocetur bimediale, aut ex duabus medialibus prima.

Propositio 38. Theorema.

Si duæ mediales potentia tantum commensurabiles componantur mediale continentes: tota irrationalis erit. vocetur autem bimediale secundum.

Propositio 39. Theorema.

Si duæ rectæ potentia commensurabiles componantur conficientes compositum ex quadratis ipsarum ra-

τῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μείζων.

Πρότασις μ. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότασις μα. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Πρότασις μβ. Θεώρημα.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότασις μγ. Θεώρημα.

Ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται, εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρό-

tionale & rectangulum quod illis continetur mediale tota linea recta est irrationalis, vocetur autem linea maior.

Propositio 40. Theorema.

Si duæ lineæ rectæ potentia incommensurabiles componantur conficientes compositum ex ipsarũ quadratis mediale: id verò quod fit ex ipsis rationale, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

Propositio 41. Theorema.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur conficiẽtes compositum ex quadratis ipsarum mediale: & quod continetur ex ipsis mediale: atq; præterea incommensurabilis composito ex quadratis illarum rectarum: tota linea est irrationalis, & vocetur ea potens duo medialia.

Propositio 42. Theorema.

Binomium in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina, id est in lineas ex quibus componitur.

Propositio 43. Theorema.

Bimediale prius in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Πρότασις μδ. θεώρημα.

Η ἐκ δύο μέσων δευτέρα, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότασις με. θεώρημα.

Η μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότασις μϛ. θεώρημα.

Η ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότασις μζ. θεώρημα.

Η δύο μέσα δυναμένη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται, εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότασις μη. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Πρότασις μθ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Πρότασις ν. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Πρότασις να. θεώρημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Πρότασις νβ. Θεώρημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Πρότα-

Propositio 44. Theorema.

Bimediale secundũ in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Propositio 45. Theorema.

Linea maior in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Propositio 46. Theorema.

Linea recta potens rationale & mediale, in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Propositio 47. Theorema.

Linea potens duo medialia in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Propositio 48. Problema.

Inuenire binomium primum.

Propositio 49. Problema.

Inuenire binomium secundum.

Propositio 50. problema.

Inuenire binomium tertium.

Propositio 51. problema.

Inuenire binomium quartum.

Propositio 52. problema.

Inuenire binomium quintum.

πρότασις νγ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

πρότασις νδ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

πρότασις νε. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη. ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

πρότασις νϛ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Πρότασις νζ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Πρότασις νη. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς

ἐκ δύο

Propositio 53. problema.

Inuenire binomium sextum.

Propositio 54. Theorema.

Si superficies aliqua contenta fuerit rationali & binomiali primo, linea quæ illam potest superficiem est irrationalis, quæ nominatur binomium.

Propositio 55. Theorema.

Si superficies aliqua continetur rationali & binomiali secundo, linea, quæ illam potest rationalis est, quæ nominatur bimediale primum.

Propositio 56. Theorema.

Si superficies continetur rationali & binomio tertio, recta quæ illam potest irrationalis est, quæ vocatur bimediale secundum.

Propositio 57. Theorema.

Si superficies continetur rationali & binomio quarto, recta quæ illam potest irrationalis est, & vocatur maior.

Propositio 58. Theorema.

Si superficies continetur rationali & binomio

ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότασις νθ. θεώρημα.

Εὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Πρότασις ξ. θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος, ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Πρότασις ξα. θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Πρότασις ξβ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Πρότασις ξγ Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

nomio quinto, recta quæ illam potest irrationalis est, quæ vocatur potens rationale & mediale.

Propositio 59. Theorema.

Si superficies continetur rationali & binomio sexto, recta quæ illã potest irrationalis est quæ vocatur potens duo medialia.

Propositio 60. Theorema.

Quadratum binomij applicatum lineæ rationali facit alterum latus binomium primũ.

Propositio 61. Theorema.

Quadratum bimedialis primi applicatum rationali alterum latus facit binomium secundum.

Propositio 62. Theorema.

Quadratum bimedialis secundi rationali applicatum, facit alterum latus binomium tertium.

Propositio 63. Theorema.

Quadratum lineæ maioris applicatum rationali: facit alterum latus binomiũ quartum.

Pro-

Πρότασις ξδ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Πρότασις ξε. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος, ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Πρότασις ξϛ. Θεώρημα.

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότασις ξζ. Θεώρημα.

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

πρότασις ξη. Θεώρημα.

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

πρότασις ξθ. Θεώρημα.

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

πρό-

Propositio 64. Theorema.

Quadratum lineæ potentis rationale & mediale, applicatum rationali: facit alterum latus binomium quintum.

Propositio 65. Theorema.

Quadratum lineæ potentis duo medialia applicatum rationali facit alterum latus binomium sextum.

Propositio 66. Theorema.

Linea longitudine commensurabilis binomio: & ipsa binomium est, & eiusdem ordinis.

Propositio 67. Theorema.

Linea longitudine commensurabilis bimediali, & ipso bimediale est, & eiusdem ordinis.

Propositio 68. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ maiori, & ipsa maior est.

Propositio 69. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ potenti rationale & mediale & ipsa potens rationale et mediale est.

Propo-

πρότασις ο. Θεώρημα.

Η τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

πρότασις οα. Θεώρημα.

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ καὶ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότασις οβ. Θεώρημα.

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Δευτέρα τάξις ἑτέρων λόγων τῶν κατὰ ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν κατὰ ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

Πρότασις ογ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἀποτομή.

πρότα-

Propositio 70. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ potenti duo medialia & ipsa potens est duo medialia.

Propositio 71. Theorema.

Si duæ superficies rationalis & medialis componantur, linea, quæ totam superficiem compositam potest, est vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

Propositio 72. Theorema.

Si duæ superficies mediales incommensurabiles componantur, fient duæ reliquæ lineæ irrationales vel bimediale secundum, vel linea potens duo medialia.

Secundus ordo alterius orationis quæ est de subtractione.

Principium senariorum per subtractionem.

Propositio 73. Theorema.

Si à rationali auferatur rationalis potentia tantum commensurabilis ipsi toti: tum reliqua irrationalis est, vocetur autem residuum.

K Pro-

Πρότασις οδ. Θεώρημα.

Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογος ἐστὶ, καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

πρότασις οε. θεώρημα.

Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογος ἐστὶ, καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

πρότασις ος. θεώρημα.

Εαν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Πρότασις οζ. θεώρημα.

Εαν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν ἡ

Propositio 74. Theorema.

Si à linea mediali auferatur medialis potentia tantum commensurabilis ipsi toti, quæ verò ablata est cum tota contineat superficiem rationalem, residua irrationalis est, vocetur autem residuum mediale primum.

Propositio 75. Theorema.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantum commensurabilis toti: quæ vero detracta est cum tota contineat superficiem medialem reliqua irrationalis est, vocetur autem residuum mediale secundum.

Propositio 76. Theorema.

Si auferatur à linea recta, quædam alia potẽtia incõmensurabilis toti, compositũ autem ex quadratis totius lineæ et lineæ ablatæ sit rationale: & quod illis continetur sit mediale, reliqua linea irrationalis erit, vocetur autem linea minor.

Propositio 77. Theorema.

Si à linea recta auferatur recta potentia incommẽsurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ ablatæ sit mediale, quod verò illis cõtinetur sit rationale reliqua linea irrationalis erit vo-

τὸν ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότασις οη. Θεώρημα.

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότασις οθ. Θεώρημα.

Τῇ ἀποτομῇ, μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Πρότασις π. Θεώρημα.

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Πρότασις πα. Θεώρημα.

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρα μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

cetur autem linea faciens cum superficie rationali totam superficiem medialem.

Propositio 78. Theorema.

Si à linea recta auferatur recta potentia incõmensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, quod verò illis continetur etiam sit mediale: præterea quadrata ipsarum sunt incommensurabilia ei quod illis continetur: reliqua linea irrationalis est, vocetur autem linea faciens cum superficie mediali totam superficiem medialem.

Propositio 79. Theorema.

Residuo vnica tantum linea recta coniungitur rationalis potentia tantum commensurabilis toti lineæ.

Propositio 80. Theorema.

Residuo mediali primo vnica tantum linea coniungitur medialis potentia tantum commensurabilis toti, ipsa cum tota, continens rationale.

Propositio 81. Theorema.

Residuo mediali secundo vnica tantum coniungetur medialis potentia tãtum cõmensurabilis toti, ipsa cum tota cõtinens mediale.

Πρότασις πβ. Θεώρημα.

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης, τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτ῀ μέσον.

Πρότασις πγ. Θεώρημα.

Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Πρότασις πδ. Θεώρημα.

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ, μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τ῀ ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν, τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Πρότασις πε. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Propositio 82. Theorema.

Lineæ minori vnica tantum recta coniungitur potentia incommensurabilis toti faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarũ rationale: id verò quod illis cõtinetur mediale.

Propositio 83. Theorema.

Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem vnica tantũ coniungitur linea recta potentia incõmensurabilis toti: faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum mediale id verò quod fit ex ipsis rationale.

Propositio 84. Theorema.

Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem vnica tantum coniungitur linea potentia toti incõmensurabilis, faciẽs cum tota compositum ex quadratis ipsarũ mediale: id verò quod fit ex ipsis etiam mediale, & præterea faciens compositum ex quadratis ipsarum incõmensurabile ei quod ex ipsis fit.

Propositio 85. problema.

Primum residuum inuenire.

Πρότασις πϛ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Πρότασις πζ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Πρότασις πη. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Πρότασις πθ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Πρότασις ϟ. πρόβλημα.

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Πρότασις ϟα. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Πρότασις ϟβ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Πρότασις ϟγ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

πρό-

Propositio 86. problema.

Secundum residuum inuenire.

Propositio 87. problema.

Tertium residuum inuenire.

Propositio 88. problema.

Quartum residuum inuenire.

Propositio 89. problema.

Quintum residuum inuenire.

Propositio 90. problema.

Sextum residuum inuenire.

Propositio 91. Theorema.

Si superficies contineatur linea rationali, & residuo primo linea quæ illam superficiem potest, est residuum.

Propositio 92. Theorema.

Si superficies contineatur linea rationali & residuo secundo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale primum.

Propositio 93. Theorema.

Si superficies continetur linea rationali, & residuo tertio, linea quæ illam superficiem potest, est residuum rationale secundum.

Πρότασις ϟδ. Θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐλάσσων ἐστί.

Πρότασις ϟε. Θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστί.

Πρότασις ϟϛ. Θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστί.

Πρότασις ϟζ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην.

Πρότασις ϟη. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν δευτέραν.

Πρότασις ϟθ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ

ῥητὴν

Propositio 94. Theorema.

Si superficies continetur rationali & residuo quarto recta quæ illam potest superficiem est minor linea.

Propositio 95. Theorema.

Si superficies continetur rationali & residuo quinto, recta quæ illam superficiem potest, est ea quæ dicitur cum rationali faciens totam medialem.

Propositio 96. Theorema.

Si superficies continetur rationali, & residuo sexto, recta quæ illā potest est ea quæ dicitur faciens cum mediali totam medialem.

Propositio 97. Theorema.

Quadratum residui secundum lineam rationalem applicatum, facit alterū latus residuum primum.

Propositio 98. Theorema.

Quadratum residui medialis primi applicatum rationali facit alterū latus residuum secundum.

Propositio 99. Theorema.

Quadratum residui medialis secundi applica-

ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην.

Πρότασις ρ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην.

Πρότασις ρα. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πέμπτην.

Πρότασις ρβ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν ἕκτην.

Πρότασις ργ. Θεώρημα.

Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστιν καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότασις ρδ. Θεώρημα.

Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος, μέση ἀποτομή ἐστιν, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρό-

plicatum rationali facit alterum latus residuum tertium.

Propositio 100. Theorema.

Quadratum lineæ minoris, applicatum rationali, facit alterum latus residuum quartum.

Propositio 101. Theorema.

Quadratum lineæ cum rationali superficie facientis totam medialem applicatum rationali facit alterum latus residuum quintum.

Propositio 102. Theorema.

Quadratum lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem applicatum rationali facit alterum latus residuum sextum.

Propositio 103. Theorema.

Linea recta cõmensurabilis residuo longitudine, est & ipsa residuũ & eiusdem ordinis.

Propositio 104. Theorema.

Linea commensurabilis residuo mediali, est & ipsa residuum mediale, & eiusdem ordinis.

Propo-

Πρότασις ρε. θεώρημα.

Η τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος ἐλάσσων ἐστίν.

Πρότασις ρϛ. θεώρημα.

Η τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότασις ρζ. θεώρημα.

Η τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότασις ρη. θεώρημα.

Από ῥητοῦ μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομὴ ἢ ἐλάττων.

Πρότασις ρθ. θεώρημα.

Από μέσου ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

προτα-

Propositio 105. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ minori & ipsa linea minor est.

Propositio 106. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ cum rationali superficie facienti totam medialem, est & ipsa linea cum rationali superficie faciens totam medialem.

Propositio 107. Theorema.

Linea commensurabilis lineæ cum mediali superficie facienti totam medialem comensurabilis est, & ipsa cum mediali superficie faciens totam medialem.

Propositio 108. Theorema.

Si auferatur de superficie rationali superficies medialis, linea quæ reliquam superficiem potest est alterutrum ex duabus irrationalibus aut residuum aut linea minor.

Propositio 109. Theorema.

Si auferatur à superficie mediali rationalis superficies, aliæ duæ irrationales fiunt aut residuum mediale primum, aut cum rationale superficie faciens totam medialem.

Pro-

πρότασις ρι. Θεώρημα.

Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότασις ρια. Θεώρημα.

Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότασις ριβ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἔτι τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν, τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότασις ριγ. Θεώρημα.

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρα τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Propositio 110. Theorema.

Si auferatur à mediali superficies medialis incommensurabilis toti: fiunt reliquæ duæ irrationales aut residuum mediale secundum aut cum mediali superficie faciens totam medialem.

Propositio 111. Theorema.

Linea quæ residuum dicitur non est eadē cum ea quæ binomium appellatur.

Propositio 112. Theorema.

Quadratum lineæ rationalis applicatum binomio, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia binomij nominibus, & ei eadem proportione: præterea id quod fit residuum eundem ordinem retinet quem binomium.

Propositio 113. Theorema.

Quadratum lineæ rationalis applicatum residuo: facit alterum latus binomium, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui & in eadem proportione, præterea id quod fit binomium est eiusdem ordinis cuius & residuum.

Πρότασις ριδ. θεώρημα.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστιν τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ῥητή ἐστι.

Πρότασις ριε. θεώρημα.

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερων ἡ αὐτή.

Πρότασις ρις. θεώρημα.

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Τέλος τοῦ δεκάτου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ια,

ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΡΩΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

Στερεοῦ δὲ πέρας ἐπιφάνεια.

Εὐθεῖα

Propositio 114. Theorema.

Si superficies continetur residuo & binomio, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui & in eadē proportione, linea quæ illam superficiem potest est rationalis.

Propositio 115. Theorema.

Ex linea mediali nascuntur innumerabiles lineæ irrationales, quarum nulla cum ante dictis sit eadem.

Propositio 116. Theorema.

Propositum nobis sit demonstrare in figuris quadratis diametrum esse longitudine incommensurabilem ipsi lateri.

Finis Decimi Libri.

EVCLIDIS ELEMENTORVM VNDECIMVS ET STEREOmetriæ primus.

Definitiones.

Corpus solidum est quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatē.

Corporis solidi extremitas est superficies.

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

Επιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία, ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων, πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

Παράλ-

Linea recta ad planum aliquod dicetur esse erecta, quando illa linea recta ad omnes quæ eam tangunt & in eodem subiecto plano existunt rectas, fecerit angulos rectos.

Planum ad alterum planum erit erectum quando lineæ rectæ ad angulos rectos ductæ in communi planorum intersectione in altero planorum, reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

Lineæ rectæ ad planum inclinatio erit, quando à puncto sublimi ad ipsum planum ducta fuerit lineæ rectæ perpendicularis & à puncto facto, atq; extremitate vna lineæ rectæ in plano ducatur linea recta, angulus inquam ille acutus, quem continent linea recta ducta & recta linea perpendicularis.

Plani inclinatio ad planum erit angulus acutus, quem continent lineæ rectæ ad angulos rectos ductæ in communi sectione, ad vnũ idemq; punctum in vtroq; plano.

Planum ad aliud planum similiter inclinatum esse dicitur, & aliud quoddam planum ad aliud planum: quando anguli inclinationum fuerint æquales inter se.

Παράλληλα ἐπίπεδα ἐστὶ τὰ ἀσύμπτωτα. Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστὶ, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσων τὸ πλῆθος.

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστὶ, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν πρὸς πάσας τὰς γραμμὰς κλίσις.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεῶν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον, ἴσα τε καὶ ὅμοια ἐστὶ, καὶ παράλληλα τὰ δὲ λοιπὰ, παραλληλόγραμμα.

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ

αὐτὸ

Plana æquedistantia sunt, quæ nunquam concurrunt.

Figuræ solidæ similes sunt: quæ continentur planis similibus & numero æqualibus.

Æquales verò & similes figuræ solidæ sunt, quæ planis cõtinentur similibus, æqualibus numero, & magnitudine.

Angulus solidus est plurium quam duarum linearum rectarum sese mutuo tangentium, & in vno plano minime existẽtium ad omnes lineas inclinatio. Aliter.

Angulus solidus est qui plurib. quã duobus angulis planis cõtinetur, qui non in eodẽ sunt plano, & ad vnũ constituũtur punctum.

Pyramis est figura solida planis contenta, quæ constituitur ex vno plano ad vnum aliquod punctum.

Prisma est figura solida planis contenta, quorum duo opposita æqualia & similia atque æquedistantia sunt, reliqua verò parallelogramma.

Sphæra est figura solida, quæ fit quando manente semicirculi diametro ipse semicir-

αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖα τὶς διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Κῶνος ἐστὶν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅπεν ἤρξατο φέρεσθαι τὸ περιληφθὲν σχῆμα, κἂν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένη ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος, ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος, ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν, ἡ μένουσα περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

Βάσις δὲ ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλλη-

λογράμ-

culus circumducitur, donec in eundem restituatur locum vnde cœperat moueri.

Axis sphæræ est linea recta fixa manens circa quam semicirculus voluitur.

Centrum verò sphæræ est illud ipsum quod & semicirculi.

Diameter sphæræ est linea recta per centrum ducta, quæ terminatur ex vtraq; parte sphæræ circumferentia.

Conus est figura solida quæ fit quando manente alicuius trianguli rectanguli latere vno ex ijs quæ angulum continent rectũ ipse triangulus circumducitur & restituitur in locum vnde cœperat moueri, quod si igitur linea recta manens fuerit æqualis, reliquo lateri circumducto & angulum rectum continenti tum conus erit rectangulus, si verò minor, amblygonius, si deniq; maior oxygonius.

Axis coni est recta illa manens circa quã voluitur triangulus.

Basis eius circulus qui describitur per lineam rectam quæ circumducitur.

Cylindrus est figura solida, quæ fit quan-

λογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα περὶ ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

Βάσεις δὲ οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

Ὅμοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροι εἰσὶν ὧν οἵ τε ἄξονες, καὶ αἱ διαμέτροι τῶν βάσεων ἀνάλογον εἰσίν.

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

Τετράεδρον ἐστὶ σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Ὀκτάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Δωδεκάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

Εἰκο-

do parallelogrammi alicuius rectanguli vno ex lateribus quæ angulum continent rectum manente, ipsum parallelogrammon circunducitur, donec in eundem restituatur locum vnde cœperat moueri.

Axis cylindri est linea recta quæ immobilis permanet, & circa quam ipsum vertitur parallelogrammon.

Basis verò circuli illi qui describuntur à duobus oppositis lateribus, quæ circumuoluuntur.

Similes coni & cylindri sunt, quorum & axes & diametri, basiũ proportionales sunt.

Cubus est figura solida sex æqualibus quadratis contenta.

Tetraedron est figura solida quæ quatuor triangulis æqualibus & æqualium laterum existentibus continetur.

Octaedron est figura solida quæ octo triangulis æqualibus, & æqualium laterum existentibus continetur.

Dodecaedron est figura solida duodecim pentagonis æqualibus & æqualium laterum & angulorum æqualium continetur.

Εἰκοσάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

ΠΡΟΤΑ'ΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τοι οὐκ ἐστὶν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Πρότασις β. θεώρημα.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστι ἐπιπέδῳ.

Πρότασις γ. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα δύο εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότασις ε. πρόβλημα.

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν ταῖς εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Πρό-

Ecosaedron est figura solida quæ viginti triangulis æqualibus & æqualium laterum continetur.

Propositiones.

Propositio 1. Theorema.

Pars alicuius lineæ non erit in plano subiecto & eiusdem alia pars in sublimi.

Propositio 2. Theorema.

Si duæ rectæ lineæ sese secant erunt illæ in eodem plano, & omnis triangulus in vno est plano.

Propositio 3. Theorema.

Si duo plana sese mutuo secant communis illorum sectio est linea recta.

Propositio 4. Theorema.

Si recta linea duabus rectis sese mutuò secantibus fuerit ad angulos rectos ducta, et ad communem intersectionem cõstituta: erit etiam ei plano ad angulos rectos cõstituta, quod per ipsos ducitur.

Propositio 5. Theorema.

Si recta linea tribus rectis sese mutuo tangentibus ad angulos rectos in communi sectione fuerit constituta: illæ tres lineæ rectæ in vno eodemq; sunt plano.

Propo-

Πρότασις ς. Θεώρημα.

Εαν δύο εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Πρότασις ζ. Θεώρημα.

Εαν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι ληφθῆ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα: ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐςὶ ταῖς παραλλήλοις.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Εαν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δ' ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ἦ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔςαι.

Πρότασις θ. Θεώρημα.

Αἱ τῆ αὐτῆ εὐθεία παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῆ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ: καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Εαν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσι.

Πρό-

Propositio 6. Theorema.

Si duæ lineæ rectæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint constitutæ: illæ rectæ æquedistantes inter se erunt.

Propositio 7. Theorema.

Si fuerint duæ lineæ rectæ æquedistantes: sumantur autem in vtraq; illarum quæuis puncta: recta quæ duo ista puncta coniungit in eodem plano est cũ lineis æquedistantibus.

Propositio 8. Theorema.

Si duæ lineæ rectæ æquedistantes fuerint, & altera illarum, alicui plano ad angulos rectos fuerit: etiam reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

Propositio 9. Theorema.

Quæ eidem lineæ rectæ æquedistantes sunt, & non fuerint cum ipsa in eodem plano: etiã inter se æquedistantes erunt.

Propositio 10. Theorema.

Si duæ lineæ rectæ sese mutuò tangentes fuerint positæ ad duas lineas sese mutuò tangentes non in eodem plano: æquales continebunt angulos.

Pro-

Πρότασις ια. πρόβλημα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότασις ιβ. πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Πρότασις ιγ. πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, * δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

* Aliter, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ.

Πρότασις ιδ. Θεώρημα.

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλα ἐστὶ τὰ ἐπίπεδα.

Πρότασις ιε. θεώρημα.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, περὶ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι᾽ αὐτῶν ἐπίπεδα.

Πρότασις ιϛ. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου

Propositio 11. problema.

A dato puncto in sublimi existente ad subiectum planum perpendicularem lineam rectam ducere.

Propositio 12. Problema.

Dato plano à puncto quod in eo est lineam rectam ad angulos rectos ductam erigere.

Propositio 13. problema.

Dato plano à puncto quod in eo est * duæ rectæ lineæ ad angulos rectos nõ erigentur in easdem partes.

* Aliter ab eodem puncto eidem plano.

Propositio 14. Theorema.

Ad quæcunq; plana eadem linea recta, est recta seu ad angulos rectos ducta: ea plana inter se æquedistantia sunt.

Propositio 15. Theorema.

Si duæ rectæ sese mutuò tangentes, fuerint ad duas alias sese mutuo tangentes, non fuerint etiam in eodem plano, plana quæ per ipsa ducuntur sunt æquedistantia.

Propositio 16. Theorema.

Si duo plana æquedistantia aliud quoddã

πέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοι εἰσί.

Πρότασις ιζ. Θεώρημα.

Εαν δύο ευθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Πρότασις ιη. Θεώρημα.

Εαν ευθεῖα ἐπιπέδῳ τινι πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι᾽ αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότασις ιθ. Θεώρημα.

Εαν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότασις κ. Θεώρημα.

Εαν στερεὰ γωνία, ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Πρότασις κα. Θεώρημα.

Απασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Πρότασις κβ. Θεώρημα.

Εαν

planum secet: communes eorum sectiones æquedistantes sunt.

Propositio 17. Theorema.

Si duas rectas secant duo plana æquedistantia in easdem illas secabunt rationes.

Propositio 18. Theorema.

Si recta quædam cuidam plano fuerit ad angulos rectos constituta: etiam omnia plana quæ per ipsa ducuntur, eidem plano ad angulos rectos erunt.

Propositio 19. Theorema.

Si duo plana sese mutuò secantia cuidam plano fuerint ad angulos rectos constituta: etiam communis illorum sectio, eidem plano, ad angulos rectos erit constituta.

Propositio 20. Theorema.

Si angulus solidus tribus angulis planis continetur, duo ex illis quicunque fuerint, maiores sunt reliquo, quocunque sumantur modo.

Propositio 21. Theorema.

Omnis angulus solidus, continetur paucioribus quã quatuor planis, ijsq; rectis angulis.

Propositio 22. problema.

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι· δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Πρότασις κγ΄. πρόβλημα.

Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι: δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Πρότασις κδ΄. θεώρημα.

Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστι.

Πρότασις κε΄. θεώρημα.

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπ᾽ ἐναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Πρότασις κϛ΄. θεώρημα.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ, ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

πρό-

Si fuerint tres anguli plani, quorum duo maiores sunt reliquo, quouis modo sumpti: eosq; contineant rectæ æquales: constitui potest triangulus ex rectis, quæ illas rectas æquales coniungunt.

Propositio 23. problema.

Ex tribus angulis planis, quorũ duo maiores sunt reliquo, quocunq; sumantur modo, angulum solidum constituere, oportet verò illos tres, quatuor rectis minores esse.

Propositio 24. Theorema.

Si solidum aliquod continetur planis æquedistantibus: plana opposita huic solido æqualia & parallelogramma sunt.

Propositio 25. Theorema.

Si solidum parallelepipedon plano secetur quod æquedistat planis oppositis: erit vt basis ab basin, sic solidum ad solidum.

Propositio 26. Problema.

Ad datã rectam & ad datum in ea punctum dato angulo solido, æqualem angulum solidum constituere.

Propositio 27. Problema.

Πρότασις κζ. πρόβλημα.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Πρότασις κη. Θεώρημα.

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἐπιπέδῳ τμηθῇ, κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Πρότασις κθ. Θεώρημα.

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότασις λ. Θεώρημα.

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ὑφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

πρότασις λα. θεώρημα.

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

A data linea recta dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedon describere.

Propositio 28. Theorema.

Si solidum parallelepipedon plano aliquo secetur, tum & illud ipsum solidum secabitur in duas æquales partes à plano per lineas diagonales eorum planorum quæ opposita sunt.

Propositio 29. Theorema.

Solida parallelepipeda quæ super eadem basi sunt constituta: & sub eadem altitudine, quorum lineæ erectæ vel cõstitutæ in eisdem sunt lineis rectis: illa inter se sunt æqualia.

Propositio 30. Theorema.

Solida parallelepipeda super eadem basi constituta, & sub eadem altitudine, quorum lineæ constitutæ, non sunt in eisdem lineis rectis, æqualia inter se sunt.

Propositio 31. Theorema.

Solida parallelepipeda super basibus æqualibus constituta, & sub eadem altitudine illa sunt æqualia inter se.

Πρότασις λβ. θεώρημα.

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότασις λγ. θεώρημα.

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότασις λδ. θεώρημα.

Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι: Καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότασις λε. θεώρημα.

Εαν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν, ἴσας γωνίας περιέχουσαι, μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν ἑκάτεραν ἑκατέρα, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσιν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι κάθετοι ἀχθῶσιν ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶ-

Propositio 32. Theorema.

Solida parallelepipeda sub eadem altitudine constituta: sese habent vt ipsæ bases.

Propositio 33. Theorema.

Similia solida parallelepipeda sese habent in ratione homologorum laterum triplicata.

Propositio 34. Theorema.

Æqualium solidorum parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et quorum solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus illa æqualia inter se sunt.

Propositio 35. Theorema.

Si fuerint duo anguli plani æquales, & in illorum verticibus sublimes constituantur lineæ rectæ, continentes cum lineis ab initio propositis angulos æquales alterum alteri: & in lineis sublimioribus sumantur quæuis puncta, à quibus ad plana, in quibus sunt anguli ab initio positi, ducantur perpendiculares: deniq; à iam factis punctis per ipsas perpendiculares in planis ad angulos, ab initio propositos ductæ fuerint lineæ rectæ: illæ cum

χθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Πρότασις λς. Θεώρημα.

Εὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στερεῶν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ἰσοπλεύρῳ μὲν ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Πρότασις λζ. Θεώρημα.

Εὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ἔσται, καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότασις λη. Θεώρημα.

Εὰν ἄρα ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Πρότασις λθ Θεώρημα.

Εὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπ-

ἐναν-

lineis sublimioribus æquales angulos continent.

Propositio 36. Theorema.

Si tres lineæ rectæ fuerint proportionales solidum parallelepipedon quod ex illis tribus rectis fit, est æquale solido parallelepipedo æquilatero quod describitur à linea media & æquales angulos habenti cum præcedente.

Propositio 37. Theorema.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, etiam parallelepipeda similia & similiter descripta proportionalia erunt. & si solida parallelepipeda similia & similiter descripta proportionalia fuerint, etiam ipsæ lineæ rectæ proportionales erunt.

Propositio 38. Theorema.

Si planum aliquod ad aliud planum fuerit erectum, & à puncto aliquo quod in altero planorum est ad alterum planum ducatur perpendicularis: illa cadet in communem planorum sectionem.

Propositio 39. Theorema.

Si solidi parallelepipedi latera planorum opposi-

ἐναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Πρότασις μ. θεώρημα.

Εὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Τέλος τοῦ ια στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ιβ. καὶ στερεῶν β.

Πρότασις α. Θεώρημα.

ΤΑ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

πρότασις β. θεώρημα.

Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Πρότα-

oppositorum fuerint secta in duas partes æquales: & per ipsas sectiones ducantur plana: communis planorum sectio, & diameter solidi parallelepipedi sese mutuò secant in duas partes æquales.

Propositio 40. Theorema.

Si fuerint duo prismata eiusdem altitudinis, quorum alterum basin habeat parallelogrammon: alterum verò triangulum atq; parallelogrammon sit trianguli duplum: illa duo prismata æqualia sunt.

Finis Libri Vndecimi.

EVCLIDIS LIBER DVODECIMVS ELEMENTORVM ET Stereometriæ primus.

Propositio 1. Theorema.

POlygona similia quæ in circulis sunt ad sese mutuò habent, vt quadrata quæ à diametris describuntur.

Propositio 2. Theorema.

Circuli ita sese mutuò habent, vt quadrata quæ à diametris describuntur.

πρότασις γ. θεώρημα.

Πᾶσα πύραμις τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίως τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τριγώνους ἔχουσαι βάσεις: διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἰς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἐστὶν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν: οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Propositio 3. Theorema.

Omnis pyramis quæ basin habet triangularem diuiditur in duas pyramides æquales, & similes inter se habentes bases triangulares, & similiter toti: atq; duo prismata æqualia, & duo illa prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.

Propositio 4. Theorema.

Si fuerint duæ pyramides eiusdem altitudinis, habentes bases triangulares, vtraq; diuidetur in duas pyramides æquales inter se, & similes toti atq; duo prismata æqualia, & ex iam factis pyramidibus vtraq; eodem modo diuidatur, & illud semper fiat: erit vt vnius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic omnia prismata quæ in vna pyramide sunt ad omnia prismata æqualia numero alterius pyramidis.

Propositio 5. Theorema.

Pyramides quæ eiusdem sunt altitudinis & bases habent triangulares, ita se habent vt bases.

Propositio 6. Theorema.

Pyra-

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Πρότασις η. πρόβλημα.

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν, αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι: καὶ ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Πᾶς κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Πρότασις ια. Θεώρημα.

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

Pyramides quæ eiusdē sunt altitudinis et polygonas habēt bases, ita se habēt ut bases.

Propositio 7. Theorema.

Omne prisma triangularem habens basin diuiditur in tres pyramides inter se æquales, habentes bases triangulares.

Propositio 8. Theorema.

Pyramides similes & triangulares bases habentes, proportionem laterum homologorum habent triplicatam.

Propositio 9. Theorema.

Pyramidum æqualium, & triangulares bases habentium, reciprocæ sunt bases altitudinibus, & quorum pyramidum triangulares bases habentium reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus, illæ sunt æquales.

Propositio 10. Theorema.

Omnis conus, tertia cylindri pars est eius, nempe cum quo eandem basin habet & altitudinem æqualem.

Propositio 11. Theorema.

Coni & Cylindri qui sub eadem sunt altitudine, sese mutuò habent, ut ipsæ bases.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροι ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Πρότασις ιγ. θεώρημα.

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ, ὄντι τοῖς ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Πρότασις ιδ. θεώρημα.

Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Πρότασις ιε. Θεώρημα.

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι, καὶ ὧν κώνων, καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Πρότασις ις. πρόβλημα.

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων εἰς τὸν μείζονα κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου

Πρότασις ιζ. πρόβλημα.

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν

εἰς τὴν

Propositio 12. Theorema.

Similes coni, & cylindri triplicatam habent diametrorũ quæ in basibus sunt rationẽ.

Propositio 13. Theorema.

Si cylindrus plano fuerit sectus æquedistanti planis oppositis, erit vt cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

Propositio 14. Theorema.

Coni & Cylindri habentes bases æquales sese mutuò habent vt altitudines.

Propositio 15. Theorema.

Æqualium conorum & cylindrorum reciprocæ sunt bases altitudinibus, & quorum conorum atq; cylindrorum reciprocæ sunt bases altitudinibus illi æquales sunt.

Propositio 16. problema.

Datis duobus circulis qui æque eodem centro descripti sunt, in maiorem circulum polygonon æquilaterum & parium laterum inscribere, quod minorem circulum nõ tangat.

Propositio 17. problema.

Datis duabus sphæris ex vno eodemq; centro descriptis in sphæram maiorem inscribere

εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύγωνον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Πρότασις ιη. θεώρημα.

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Τέλος τοῦ ιβ στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ιγ, καὶ στερεῶν τρίτον.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.

Πρότασις β. πρόβλημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας.

Πρότα-

polygonon quod ſuperficiem minoris ſphæræ non tangat.

Propoſitio 18. Theorema.

Sphæræ ſuorum diametrorum rationem habent triplicatam.

Finis Duodecimi Libri.

EVCLIDIS LIBER DECIMVS TERTIVS ET STEREOMEtriæ tertius.

Propoſitio 1. Theorema.

SI recta linea ſecta fuerit extrema & media ratione, maius ſegmẽtum dimidiam aſſumens totius partem quintuplo plus poteſt quam quadratum quod à dimidio totius ſegmento deſcribitur.

Propoſitio 2. Theorema.

Si recta linea quintuplo plus poteſt ſui ipſius ſegmenti quã duplum iam dicti ſegmenti diuiſi extrema & media ratione: maius ſegmentum erit reliqua pars ab initio propoſitæ lineæ rectæ.

προτάσις γ. θεώρημα.

Εαν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμισείαν τοῦ μείζονος τμήματος πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος τετραγώνου.

προτάσις δ. θεώρημα.

Εαν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τριπλάσια ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Προτάσις ε. θεώρημα.

Εαν εὐθεῖα γραμμὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ, ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

προτάσις ς. θεώρημα.

Εαν εὐθεῖα ῥητὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ἄλογος ἐστὶν ἡ καλουμένη ἀποτομή.

προτάσις ζ. θεώρημα.

Εαν

Propositio 3. Theorema.

Si recta linea extrema & media ratione secetur, minus segmentum verò assumat dimidium maioris segmenti quintuplo plus potest quam quadratum quod à maioris segmenti dimidio describitur.

Propositio 4. Theorema.

Si recta linea extrema & media ratione fuerit secta, quadratum à tota descriptum, et à minore segmento illa duo quadrata tripla sunt quadrati à maiore segmento descripti.

Propositio 5. Theorema.

Si recta linea extrema & media ratione secetur, eiq; apponatur recta maiori segmento æqualis: tota illa recta extrema & media ratione secta erit, & segmentum maius est linea recta ab initio proposita.

Propositio 6. Theorema.

Si recta rationalis extrema & media ratione secetur, vtraq; segmentum irrationale est, quod vocatur residuum.

Propositio 7. Theorema.

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Πρότασις η. Θεώρημα.

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ, τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Πρότασις θ. Θεώρημα.

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ, καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστὶν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Πρότασις ι. Θεώρημα.

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται, τήν τε τοῦ ἑξαγώνου, καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Πρότασις ια. Θεώρημα.

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ

πεν-

Si alicuius pentagoni tres anguli siue contigui sint, siue non contigui: fuerint inter se æquales, tum illud pentagonū æqualium erit angulorum.

Propositio 8. Theorema.

Si pentagoni alicuius quod latera habet æqualia, & angulos æquales, angulos duos cōtiguos subtendant rectæ: illæ extrema & media ratione sese secant, & maiora illorum segmenta, sunt æqualia lateri ipsius pentagoni.

Propositio 9. Theorema.

Si hexagoni & decagoni in eundem circuli inscriptorum latera componantur: tota linea recta erit extrema & media ratione secta & maius segmentum est latus hexagoni.

Propositio 10. Theorema.

Si in circulum pentagonon æquilaterum inscribatur, tum pentagoni latus potest latus hexagoni & decagoni quæ in eundem inscripta sunt circulum.

Propositio 11. Theorema.

Si in circulum qui diametron habet rationalem inscribatur pentagonon æquilaterum

πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Πρότασις ιγ. πρόβλημα.

Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ: καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Πρότασις ιδ. πρόβλημα.

Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Πρότασις ιε. πρόβλημα.

Κύβον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Πρότασις ις. πρόβλημα.

Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περι-

tum pentagoni latus irrationale est, vocatur minor.

Propositio 12. Theorema.

Si in circulum inscribatur triangulus æquilaterus tum trianguli latus potentia triplum est lineæ ex centro circuli ductæ.

Propositio 13. problema.

Pyramidem constituere & sphæra datæ includere, atq; demonstrare quod diameter sphæræ potentia sesquialtera est lateris ipsius pyramidis.

Propositio 14. problema.

Octaedron constituere & sphæra includere in qua & pyramidem, atq; demonstrare quod diameter sphæræ potentia dupla sit lateris octaedri.

Propositio 15. problema.

Cubum constituere & sphæra ei includere cui & præcedentia, ac demonstrare quod diameter sphæræ potentia sit tripla lateris cubici.

Propositio 16. problema.

Eicosaedron constituere & sphæra includere

λαβεῖν, ἢ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάττων.

Πρότασις ιζ. πρόβλημα.

Δωδεκάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Πρότασις ιη. πρόβλημα.

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Τέλος τοῦ ιγ΄ στοιχείου.

dere, cui & præcedētes inclusimus, ac demonstrare quod latus Eicosaedri irrationale sit, quod vocatur minus.

Propositio 17. problema.

Dodecaedron constituere & sphæræ circumdare qua & antecedentes figuras ac demonstrare quod dodecaedri latus irrationale sit quod vocatur residuum.

Propositio 18. problema.

Latera quinq; horum corporum regularium proponere, & inter se conferre.

Finis Libri Decimitertij.

ERRATA.

In titulo libri secundi γραμμικῶς lege γραμμηκῶς. In præfatione libri secundi a. 3. linea 14. cognitionem lege cognationem. In præfatione libri secundi facie altera paginæ a. 4. congenda lege congerenda. Sunt & alia hinc inde errata, quæ certè non poterant omnia obseruari, siquidem non mihi tantum, qui successiuis horis, & quibus ab alijs vacuus videbar mihi esse negotijs, hæc conscripsi: tantum spacij temporis concessum non fuit, vt omnia corrigerē ad amussimq́ iuditij Geometrici examinarem; sed & ipse Typographus suis ijsq́ diuersis distractus negotijs, quæ in Typographia forsan sunt neglecta, in integrum restituere non potuit. Rogamus igitur æquum lectorem, vt πρωτοπείροις venia detur, præsertim cum offeramus operam nostram, quod in δευτέραις φροντίδεσι longè edituri simus correctiora; nec dubitamus hanc nostram

excusa-